



ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้นโดย
วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

นางสาวสุภาณี วุฒิระวัฒน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้นโดย
วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข



นางสาวสุภาณี วุฒิระวัฒน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตร

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง
สองชั้นโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

โดย นางสาวสุภาณี วุฒิระวัฒน์

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา
สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ จันทวีวัฒน์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ระพีณ สุนทรวัดน์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(ศาสตราจารย์ ดร.ยุพาภรณ์ อารีพงษ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ศาสตราจารย์ ดร.เสาวณิต สุขภารังษี)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม)

ชื่อ : นางสาวสุภาณี วุฒิระวัฒน์
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่
 ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้นโดยวิธีสมการ
 ปริพันธ์เชิงตัวเลข
 สาขาวิชา : สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล
 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ศาสตราจารย์ ดร.ยุพาภรณ์ อารีพงษ์
 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : ศาสตราจารย์ ดร.เสาวณิต สุขภารังษี
 ปีการศึกษา : 2567

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงไวบูล นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (MEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) โดยเกณฑ์การวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมวัดจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และค่า Average Extra Quadratic Loss (AEQL) จากผลการวิจัย พบว่าค่าประมาณความยาวรันเฉลี่ย (ARL) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขทุกวิธีมีประสิทธิภาพเท่ากันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง และเมื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมพบว่า แผนภูมิ DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA และ แผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลงนอกจากนี้ได้นำแผนภูมิควบคุมที่ศึกษาไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงอีกด้วย

(มีจำนวนทั้งสิ้น 48 หน้า)

คำสำคัญ : ค่าความยาวรันเฉลี่ย, วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Name : Miss Supanee Wuttirawat

Thesis Title : Average Run Length of Double Modified
Exponentially Weighted Moving Average Control
Chart by Numerical Integral Equation

Major Field : Applied Statistics and Data Analytics
King Mongkut's University of Technology North
Bangkok

Thesis Advisor : Professor Dr. Yupaporn Areephong

Co-Advisor : Professor Dr. Saowanit Sukparungsee

Academic Year : 2024

ABSTRACT

This research aims to study the approximation of the Average Run Length (ARL) by using the Numerical Integral Equation (NIE) methods including Gaussian Rule, Midpoint Rule, Trapezoidal Rule, and Simpson's Rule on Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart (DMEWMA) when observations are continuous distributions namely Exponential, Gamma and Weibull distributions. In addition, the study compares the performance of the DMEWMA control chart with Modified Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart and Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart, based on the out-of-control Average Run Length (ARL_1) and Average Extra Quadratic Loss (AEQL). The results showed that the Average Run Length values estimated using all methods are not significantly different. In Addition, the performance of the DMEWMA control chart proved to be more effective in detecting changes in the process mean compared to the MEWMA and EWMA control charts for all magnitudes of shift size. Furthermore, the ARL approximation on the control charts studied using the NIE method can be applied to a wide range of real-world datasets to demonstrate the effectiveness and practical applicability of the proposed method.

(Total 48 Pages)

Keywords: Average Run Length, Numerical Integral Equation, Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart

Advisor



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เรื่องค่าความยาวรั้นเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้นโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีจากความอนุเคราะห์และความเอาใจใส่ช่วยเหลือเป็นอย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งจากศาสตราจารย์ ดร.ยุพาภรณ์ อารีพงษ์ และ ศาสตราจารย์ ดร.เสาวณิต สุขภารังษี ที่กรุณาให้ความรู้คำแนะนำ รวมทั้งความคิดเห็นต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์และให้ความช่วยเหลือในการแก้ไขจุดบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้ด้วย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ระพีณ สุนทรวัฒน์ และ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม ที่ได้ให้คำแนะนำต่าง ๆ และแก้ไขจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ผู้สนับสนุนทุนทรัพย์ส่งเสริมการศึกษาที่ให้อำนาจใจแก่ผู้วิจัยตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อน และรุ่นน้อง สาขาวิชาสถิติประยุกต์ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำ กำลังใจ และความช่วยเหลือผู้วิจัยเสมอมา กระทั่งวิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สุภาณี วุฒิระวัฒน์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 ขอบเขตการวิจัย	3
1.4 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ	4
1.5 นิยามคำศัพท์	5
1.6 ประโยชน์ของการวิจัย	5
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
2.1 แผนภูมิควมคุม	7
2.2 การแจกแจงที่ทำการศึกษา	9
2.3 ค่าความยาวรันเฉลี่ย	11
2.4 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข	15
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	17
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	19
3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย	20
3.2 แผนการทดลอง	20
3.3 ขั้นตอนการจำลองข้อมูล	21
3.4 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย	21
บทที่ 4 ผลการวิจัย	27
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	44
5.1 สรุปผลการวิจัย	44
5.2 ข้อเสนอแนะ	45

บรรณานุกรม

46

ประวัติผู้วิจัย

48



สารบัญตาราง

	หน้า
4-1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2, \lambda_2 = 0.1, k_1 = 1, k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$	28
4-2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2, \lambda_2 = 0.1, k_1 = 1, k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$	29
4-3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมไวบูลเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2, \lambda_2 = 0.1, k_1 = 1, k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$	30
4-4 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พารามิเตอร์ $\beta = 2$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	31
4-5 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พารามิเตอร์ $\beta = 4$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	32
4-6 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง	33
4-7 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ $\alpha = 3, \beta = 1$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	34
4-8 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ $\alpha = 5, \beta = 2$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	35
4-9 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา	36
4-10 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ $\alpha = 1, \beta = 4$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	37
4-11 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ $\alpha = 3, \beta = 6$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$	38

สารบัญตาราง(ต่อ)

	หน้า
4-12 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล	39
4-13 ข้อมูลเวลาการรอเฉลี่ยที่ผู้โดยสารประสบเนื่องจากเที่ยวบินล่าช้าบนเที่ยวบินของ Hawaiian Airlines ไปยังสนามบินนานาชาติ Harry Reid ในลาสเวกัส รัฐเนวาดา	40
4-14 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลจริงที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ $\beta = 4.775$ โดยใช้วิธีของค่ากลาง	41



สารบัญรูปภาพ

หน้า

3-1	แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎเกาส์ของ แผนภูมิควบคุม DMEWMA	23
3-2	แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของค่า กลางของแผนภูมิควบคุม DMEWMA	24
3-3	แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของ สี่เหลี่ยมคางหมูของแผนภูมิควบคุม DMEWMA	25
3-4	แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของซิมป์สัน ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA	26
4-1	ประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยระหว่างแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูล จริงที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง กำหนดให้ $ARL_0 = 370$	42

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม สามารถเกิดความผันแปรของกระบวนการได้สม่ำเสมอ ความผันแปรต่าง ๆ เกิดขึ้นได้จากหลายปัจจัย ซึ่งความผันแปรเหล่านั้นจะส่งผลกระทบต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ เพื่อเป็นการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิตให้สม่ำเสมอ จึงมีแนวคิดเกี่ยวกับการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ขึ้น เพื่อให้กระบวนการผลิตอยู่ในระดับมาตรฐาน โดยการเตือนให้ผู้ผลิตทราบว่า กระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจากเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อป้องกันไม่ให้มีข้อบกพร่องหรือเสียหายจากกระบวนการผลิต

การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ (Statistical Process Control : SPC) คือการนำวิธีการทางสถิติมาใช้ในการตรวจสอบและควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิต ซึ่งจะช่วยให้มั่นใจได้ว่ากระบวนการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเครื่องมือในการควบคุมกระบวนการเชิงสถิติมีหลากหลายวิธี เช่น แผ่นตรวจสอบ (Check Sheet) ฮิสโทแกรม (Histogram) แผนภาพพาเดรโต (Pareto Diagram) แผนภาพก้างปลา (Fishbone Diagram) และเครื่องมือที่ได้รับความนิยมและมีประสิทธิภาพ คือแผนภูมิควบคุม (Control Chart) ซึ่งแผนภูมิควบคุม จึงเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการวิเคราะห์และตรวจสอบความผิดปกติของกระบวนการผลิตนำไปสู่การปรับปรุงกระบวนการอย่างต่อเนื่อง

ในปี ค.ศ. 1931 แผนภูมิควบคุมถูกเสนอครั้งแรกโดย Walter Shewhart จึงเรียกว่าเป็นแผนภูมิควบคุม Shewhart อย่างไรก็ตามแผนภูมิควบคุม Shewhart มีประสิทธิภาพในการตรวจพบความผิดปกติของกระบวนการได้ช้ากว่าแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ต่อมาในปี ค.ศ. 1959 Roberts ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) ที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตและข้อมูลในปัจจุบัน คือ Memory control chart โดยถ่วงน้ำหนักข้อมูลในอดีตและข้อมูลในปัจจุบัน ในปี ค.ศ. 2011 Patel และ Divecha ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA) แผนภูมิควบคุม MEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงทั้งขนาดเล็กและขนาดใหญ่ แต่มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเมื่อเทียบกับแผนภูมิควบคุมแบบอื่น

ๆ เช่น แผนภูมิควบคุม Shewhart หรือ แผนภูมิควบคุม EWMA ต่อมาในปี ค.ศ.2017 Khan, Aslam, และ Jun ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงใหม่ ในปี ค.ศ.2021 Alevizakos, Chatterjee และ Koukouvinos ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart: DMEWMA) โดยแผนภูมิควบคุมนี้ได้นำแนวคิดของการปรับให้เรียบมาใช้ กับแผนภูมิควบคุม MEWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเดิม

โดยทั่วไปแล้วค่าความยาวรันเฉลี่ยนิยมใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม และค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพควรมีค่าน้อย วิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย เช่น การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation: MC), วิธีมาร์คอฟเชน (Markov Chain Approach: MCA), วิธีมาร์ติงเกล (Martingale Approach : MA), สูตรที่ชัดเจน (Explicit Formulas) และวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) โดยในการวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ได้แก่ วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule Method), วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method), วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution), การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution) โดยเกณฑ์การวัดประสิทธิภาพของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขคือเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) ว่าวิธีใดใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยเกณฑ์การวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control

chart: DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงต่อเนื่อง ได้แก่ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution)

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (CPU Times) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

1.2.3 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart: DMEWMA) กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA)

1.2.4 เพื่อนำแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart: DMEWMA) ประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 แผนภูมิควบคุมที่ศึกษามีดังนี้

1.3.1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart: DMEWMA)

1.3.1.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA)

1.3.1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA)

1.3.2 กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงดังนี้

1.3.2.1 การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution)

1.3.2.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution)

1.3.2.3 การแจกแจงไวบูล (Weibull distribution)

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้ขีดจำกัดการควบคุม (in-control process) กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงต่างๆ ดังนี้

ก) การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 2 และ 4

ข) การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 3 และ 5 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 1 และ 2 ตามลำดับ

ค) การแจกแจงไวบูล กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 1 และ 3 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 4 และ 6 ตามลำดับ

1.3.3 กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุมที่ทำการศึกษา ดังนี้ λ_1 เท่ากับ 0.2 และ λ_2 เท่ากับ 0.1

1.3.4 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370

1.3.5 กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

1.3.6 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ที่ศึกษามีดังนี้

1.3.6.1 วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method)

1.3.6.2 วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method)

1.3.6.3 วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method)

1.3.6.4 วิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

1.3.7 การคำนวณใช้โปรแกรม Mathematica เวอร์ชัน 8.0

1.4 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ

1.4.1 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และ Average Extra Quadratic Loss (AEQL)

$$AEQL = \frac{1}{\Delta} \sum_{\delta_i = \delta_{\min}}^{\delta_{\max}} (\delta_i^2 \times ARL(\delta_i))$$

1.4.2 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) คือเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (CPU Times)

1.5 นิยามคำศัพท์

1.5.1 แผนภูมิควบคุม (Control chart) คือเครื่องมือที่ใช้ในการตรวจสอบ (Monitoring) ค่าของคุณลักษณะเชิงคุณภาพ (Quality characteristic) ของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่ต้องการควบคุมว่าเกิดความผันแปร (Variation) เกินกว่าค่าขีดจำกัดควบคุม (Control limit) ที่กำหนดไว้หรือไม่และความผันแปรนั้น มีแนวโน้มอย่างไรต่อสินค้าหรือผลิตภัณฑ์

1.5.2 ค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) คือจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่จะออกนอกขีดจำกัดการควบคุมเป็นค่าแรก โดยแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้ขีดจำกัดการควบคุม (ARL_0) และค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดการควบคุม (ARL_1)

1.5.3 Average Extra Quadratic Loss (AEQL) คือวิธีการที่ใช้ในการวัดค่า การสูญเสียเฉลี่ยส่วนเกิน ที่เกิดขึ้นเมื่อกระบวนการผลิตหรือกระบวนการควบคุมคุณภาพ อยู่ในสถานะที่ควบคุมไม่ได้ (out-of-control) โดยวิธีนี้อิงตาม ฟังก์ชันการสูญเสียแบบกำลังสอง (quadratic loss function) ซึ่งพิจารณาจาก ค่าความเบี่ยงเบนของค่าที่สังเกตได้จากค่ากลางหรือค่าที่ต้องการ

1.5.4 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) คือการหาค่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่สอดคล้องกับช่วงที่กำหนด

1.6 ประโยชน์ของการวิจัย

1.6.1 สามารถประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบดัดแปลงสองชั้น (DMEWMA)

1.6.2 สามารถวัดประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบดัดแปลงสองชั้น (DMEWMA) เปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (MEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA)

1.6.3 สามารถประยุกต์ใช้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบดัดแปลงสองชั้น (DMEWMA) ได้อย่างเหมาะสมและได้ประสิทธิภาพที่ดีที่สุด

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงต่อเนื่อง ได้แก่ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) ,การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution) พร้อมทั้งเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) โดยเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการของแผนภูมิควบคุม คือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) Average Extra Quadratic Loss (AEQL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) โดยทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังนี้

- 2.1 แผนภูมิควบคุม
- 2.2 การแจกแจงที่ทำการศึกษา
- 2.3 ค่าความยาวรันเฉลี่ย
- 2.4 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข
- 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แผนภูมิควบคุม

ในปี ค.ศ. 1926 Shewhart เป็นผู้แนะนำการทำแผนภูมิควบคุมเป็นครั้งแรก แผนภูมิควบคุมเป็นหนึ่งในเทคนิคที่สำคัญที่สุดของการควบคุมกระบวนการทางสถิติมีการใช้งานอย่างแพร่หลายและมีประสิทธิภาพ วัตถุประสงค์หลักของแผนภูมิควบคุมคือการส่งสัญญาณเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เพื่อป้องกันและดำเนินการแก้ไขกำจัดสาเหตุที่สามารถจะระบุได้

2.1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart : EWMA)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ถูกเสนอโดย Roberts (1959) เป็นแผนภูมิที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตและปัจจุบันที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตที่มีขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม Shewhart ซึ่งค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA แสดงดังสมการที่ (2-1)

$$Z_t = (1 - \lambda_1)Z_{t-1} + \lambda_1 X_t ; t = 1, 2, \dots \quad (2-1)$$

Z_t คือ ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ณ คาบเวลาที่ t

X_t คือ ค่าสังเกต ณ คาบเวลาที่ t

λ_1 คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $0 < \lambda_1 \leq 1$

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) เส้นกึ่งกลาง (Control Limit: CL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง แสดงดังสมการที่ (2-2) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1}{2 - \lambda_1}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1}{2 - \lambda_1}} \end{aligned} \quad (2-2)$$

μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุม

L_1 คือ ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

λ_1 คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $0 < \lambda_1 \leq 1$

2.1.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA)

เสนอโดย Patel และ มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงทั้งขนาดเล็กและขนาดใหญ่ แต่มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเมื่อเทียบกับแผนภูมิควบคุมแบบอื่น ๆ เช่น แผนภูมิควบคุม Shewhart เสนอโดย Patel ซึ่งแผนภูมิ MEWMA ที่พัฒนาจากแผนภูมิควบคุม EWMA ซึ่งค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MEWMA แสดงดังสมการที่ (2-3)

$$M_t = \lambda_1 X_t + (1 - \lambda_1) M_{t-1} + (X_t - X_{t-1}); t = 1, 2, \dots \quad (2-3)$$

โดยที่ M_t คือ ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MEWMA ณ คาบเวลาที่ t

X_t คือ ค่าสังเกต ณ คาบเวลาที่ t

λ_1 คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม MEWMA โดยที่ $0 < \lambda_1 \leq 1$

ต่อมาใน ค.ศ.2017 Khan, Aslam, และ Jun ได้นำแผนภูมิควบคุมที่ถูกเสนอโดย Patel และ Divecha มาพัฒนาต่อซึ่งค่าสถิติของแผนภูมิ MEWMA แสดงสมการที่ (2-4)

$$M_t = \lambda_1 X_t + (1 - \lambda_1) M_{t-1} + k_1 (X_t - X_{t-1}); t = 1, 2, \dots \quad (2-4)$$

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) เส้นกึ่งกลาง (Control Limit: CL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังดัดแปลง แสดงดังสมการที่ (2-5) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_2 \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{2-\lambda}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L_2 \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{2-\lambda}} \end{aligned} \quad (2-5)$$

โดยที่ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุม

L_2 คือ ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม MEWMA

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม MEWMA โดยที่ $0 < \lambda \leq 1$

2.1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA)

เสนอโดย Alevizakos, Chatterjee และ Koukouvinos โดยแผนภูมิควบคุมนี้เป็นการผสม 2 แผนภูมิควบคุม MEWMA ซึ่งค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แสดงดังสมการที่ (2-6)

$$\begin{cases} M_t = \lambda_1 X_t + (1 - \lambda_1)M_{t-1} + k_1(X_t - M_{t-1}) \\ DM_t = \lambda_2 M_t + (1 - \lambda_2)DM_{t-1} + k_2(M_t - M_{t-1}) \end{cases} \quad (2-6)$$

โดยที่ DM_t คือ ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม DMEWMA ณ คาบเวลาที่ t

X_t คือ ค่าสังเกต ณ คาบเวลาที่ t

k_1, k_2 คือ ค่าคงที่เพิ่มเติม

λ_1, λ_2 คือ ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม DMEWMA โดยที่

$$0 < \lambda_1, \lambda_2 \leq 1$$

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) เส้นกึ่งกลาง (Control Limit: CL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังดัดแปลงสองชั้น แสดงดังสมการที่ (2-7) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_3 \sigma \sqrt{\sigma^2} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L_3 \sigma \sqrt{\sigma^2} \end{aligned} \quad (2-7)$$

โดยที่ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุม

L_3 คือ ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DMEWMA

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.2 การแจกแจงที่ทำการศึกษา

2.2.1 การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution)

การแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเป็นการแจกแจงของเวลาที่รอคอยจนกระทั่งพบเหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้น ให้ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ด้วยพารามิเตอร์ β ซึ่งเป็นค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X แล้ว ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X แสดงดังสมการที่ (2-8)

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad ; x > 0, \beta > 0 \quad (2-8)$$

โดยที่ X คือ เวลาที่ต้องรอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้น

β คือ เวลาเฉลี่ยที่ต้องรอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังด้วยพารามิเตอร์ β จะได้ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของ X แสดงดังสมการที่ (2-9) และ (2-10) ตามลำดับ

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$\mu_x = E(X) = \beta \quad (2-9)$$

ความแปรปรวนของ X คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = \beta^2 \quad (2-10)$$

2.2.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution)

การแจกแจงแกมมาเหมาะสำหรับการจำลองข้อมูลที่มีลักษณะการกระจายที่เฉพาะเจาะจง และมีการกระจายที่มีทั้งความแปรปรวนและความเบ้ (skewness) นอกจากนี้ยังมีลักษณะทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้เหมาะสมในกรณีที่ข้อมูลมีลักษณะการกระจายที่ต่อเนื่อง และมีค่าไม่ติดลบ ให้ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา ด้วยพารามิเตอร์ α และ β ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X แสดงดังสมการที่ (2-11)

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad ; x > 0, \beta > 0, \alpha > 0 \quad (2-11)$$

โดยที่ α คือ พารามิเตอร์กำหนดรูปร่าง (Shape Parameter)

β คือ พารามิเตอร์กำหนดขนาด (Scale Parameter)

$\Gamma(\alpha)$ คือ ฟังก์ชันแกมมา (Gamma Function) ที่เชื่อมโยงกับ α

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ β จะได้ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของ X แสดงดังสมการที่ (2-12) และ (2-13) ตามลำดับ

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$\mu_x = E(X) = \alpha\beta \quad (2-12)$$

ความแปรปรวนของ X คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = \alpha\beta^2 \quad (2-13)$$

2.2.3 การแจกแจงไวบูล (Weibull distribution)

การแจกแจงไวบูลเป็นการแจกแจงหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมากในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับระยะเวลาในการใช้งาน เพราะความหลากหลายของรูปแบบสามารถคาดการณ์โดยพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเป็นระยะเวลาการใช้งาน ซึ่งการแจกแจงไวบูล มีพารามิเตอร์ α และ β ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ X แสดงดังสมการที่ (2-14)

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} ; x > 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (2-14)$$

โดยที่ α คือ พารามิเตอร์กำหนดรูปร่าง (Shape Parameter)

β คือ พารามิเตอร์กำหนดขนาด (Scale Parameter)

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลด้วยพารามิเตอร์ α และ β จะได้ค่าคาดหวังและความแปรปรวนของ X แสดงดังสมการที่ (2-15) และ (2-16) ตามลำดับ

ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X คือ

$$\mu_x = E(X) = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (2-15)$$

ความแปรปรวนของ X คือ

$$\sigma_x^2 = V(X) = \beta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \beta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right]^2 \quad (2-16)$$

2.3 ค่าความยาวรันเฉลี่ย

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยของค่าสังเกตที่ตกในขีดจำกัดควบคุมก่อนกระบวนการจะส่งสัญญาณการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก มี 2 สถานะ ได้แก่ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) และเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1)

2.3.1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) สูตรในการคำนวณแสดงดังสมการที่ (2-17)

$$ARL_0 = E_o(\tau) = T \quad (2-17)$$

เมื่อ $\theta = \infty$ ใช้ในกรณีที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

2.3.2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) สูตรในการคำนวณแสดงดังสมการที่ (2-18)

$$\text{Minimize } ARL_1 = E_\theta(\tau - \theta + 1) \quad (2-18)$$

เมื่อ $\theta=1$ ใช้ในกรณีที่กระบวนการออกนอกการควบคุม

กำหนดให้ $E_\theta(.)$ แทน ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

τ แทน เวลาที่ค่าเฉลี่ยตัวแรกออกนอกขีดจำกัดควบคุม

θ แทน เวลาที่กระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง (Change-point time) จาก

$$F(x, \alpha_0) \text{ เป็น } F(x, \alpha)$$

โดยปกติเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) ค่าสถิติจะอยู่ในช่วง $H_L < DM_t < H_U$ และเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม ค่าสถิติจะอยู่ในช่วง $H_L > DM_t$ หรือ $H_U < DM_t$ โดยที่ H_L คือ ขีดจำกัดควบคุมล่าง และ H_U คือ ขีดจำกัดควบคุมบน

กำหนดให้ $L(u)$ แทน ค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA นิยามฟังก์ชันเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม แสดงดังสมการที่ (2-19)

$$L(u) = E_\infty(\tau_{H_L, H_U}) \quad (2-19)$$

โดยที่ τ_{H_L, H_U} คือ Stopping times

และเมื่อกระบวนการออกนอกภายใต้ในการควบคุม ค่าสถิติ DM_t มีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$DM_1 = X_1(\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2) + (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 + (1 - \lambda_2)DM_0 - (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0 > H_U \text{ หรือ}$$

$$DM_1 = X_1(\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2) + (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 + (1 - \lambda_2)DM_0 - (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0 < H_L$$

ในกรณีที่ความยาวรันเฉลี่ยเป็น 1 ถ้า E_1 อยู่ในขอบเขตการควบคุมสามารถเขียนได้ดังนี้

$$H_L < X_1(\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2) + (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 + (1 - \lambda_2)DM_0 - (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0 < H_U \quad (2-20)$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยที่ได้มาจากสูตรค่าเฉลี่ย $L(DM_1) = L[X_1(\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2) + (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 + (1 - \lambda_2)DM_0 - (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0]$ จะมีค่ามากกว่าค่าสังเกตที่มาจากกระบวนการออกนอกอยู่ภายใต้การควบคุมเมื่อตรวจพบ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปใหม่ได้ดังสมการที่ (2-21)

$$\begin{aligned} & \frac{H_L - (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 - (1 - \lambda_2)DM_0 + (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0}{\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2} < X_1 \\ & < \frac{H_U - (\lambda_2 - \lambda_1\lambda_2 - k_2\lambda_1)M_0 - (1 - \lambda_2)DM_0 + (k_1\lambda_2 + k_1k_2)X_0}{\lambda_1\lambda_2 + k_1\lambda_2 + k_2\lambda_1 + k_1k_2} \end{aligned} \quad (2-21)$$

ความน่าจะเป็นที่ X_1 จะอยู่ในช่วงดังสมการที่ (2-21) ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X_1 แสดงได้ดังสมการที่ (2-22)

$$P \left[\frac{H_L - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) M_0 - (1 - \lambda_2) DM_0 + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) X_0}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} < X_1 \right] = \frac{H_U - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) M_0 - (1 - \lambda_2) DM_0 + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) X_0}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int \frac{H_L - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) M_0 - (1 - \lambda_2) DM_0 + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) X_0}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} f(y) dy \quad (2-22)$$

กำหนดให้ $f(y)$ แทน ฟังก์ชันความน่าจะเป็น

ในปี 1991 Champ และ Rigdon กำหนดค่าเริ่มต้น $DM_0 = u$, $M_0 = v$, $y = X_1$ และ $X_0 = e$ สามารถเขียนสูตรใหม่สำหรับค่า $L(u)$ ได้ดังสมการที่ (2-23)

$$L(u) = 1 - P \left[\frac{H_L - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} < X_1 \right] \\ + \frac{H_U - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int \left(1 + L \left[\frac{y(\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2)}{+(\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v + (1 - \lambda_2) u - (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e} \right] \right) f(y) dy \\ = 1 + \frac{H_U - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int \left(1 + L \left[\frac{y(\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2)}{+(\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v + (1 - \lambda_2) u - (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e} \right] \right) f(y) dy \quad (2-23)$$

เมื่อเปลี่ยนตัวแปรการอินทิเกรตจะได้ดังสมการที่ (2-24)

$$L(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int_{H_L}^{H_U} L(y) f \left[\frac{y - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] dy \quad (2-24)$$

ในงานวิจัยนี้พิจารณาในกรณีทางเดียวด้านบนสำหรับตัวแปรสุ่มเชิงบวก เมื่อ $DM_t \geq 0$ สำหรับกรณีเชิงบวก กำหนดให้ $H_L = a = 0$ และ $H_U = b$ จะได้ดังสมการที่ (2-25)

$$L(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int_0^b L(y) f \left[\frac{y - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] dy \quad (2-25)$$

โดยทั่วไป สมการที่ (2-24) และสมการที่ (2-25) ไม่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์สำหรับค่า $L(u)$ ได้ ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีทูลี่เหลี่ยมในการประมาณเชิงตัวเลขโดยพลรวมจำกัด กำหนด

เซตของจุด $\{a_j, j=1,2,\dots,m\}$ บนช่วง $[0, H_U]$ และเซตของค่าคงที่แบบถ่วงน้ำหนัก $\{w_j, j=1,2,\dots,m\}$ สามารถประมาณค่าการอินทิเกรตให้อยู่ในรูปดังสมการที่ (2-26)

$$\int_0^b W(y)F(y)dy \approx \sum_{j=1}^m w_j F(a_j) \quad (2-26)$$

จากสมการที่ (2-26) สามารถประมาณค่า $\tilde{L}(u)$ ด้วยวิธีสมการพีชคณิตเชิงเส้นได้สมการที่ (2-27)

$$\tilde{L}(a_i) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1)v - (1 - \lambda_2)a_i + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2)e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] ; i=1,2,\dots,m \quad (2-27)$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} \tilde{L}(a_1) &= 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1)v - (1 - \lambda_2)a_1 + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2)e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] \\ \tilde{L}(a_2) &= 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1)v - (1 - \lambda_2)a_2 + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2)e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] \\ &\vdots \\ \tilde{L}(a_m) &= 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1)v - (1 - \lambda_2)a_m + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2)e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] \end{aligned} \quad (2-28)$$

เซตของ m สมการไม่ทราบค่าแต่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบเมตริกซ์ โดยกำหนดเวกเตอร์คอลัมน์ L ดังนี้

$$L_j = \tilde{L}(a_j) ; j=1,2,\dots,m \quad (2-29)$$

สามารถเขียนในรูปแบบเมตริกซ์ R มิติ $m \times m$ ดังสมการที่ (2-30)

$$[R]_{ij} = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} w_j f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1)v - (1 - \lambda_2)a_i + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2)e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] \quad (2-30)$$

สมการพีชคณิตเชิงเส้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$L = 1 + RL \quad (2-31)$$

เมื่อเวกเตอร์ 1_m มีมิติเป็น $m \times 1$ จะได้ว่า

$$L - RL = 1 \quad (2-32)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$(1-RL)=1 \quad (2-33)$$

สมการนี้สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายเวกเตอร์ L ดังนั้น $\tilde{L}(a_j) = L_j$ หลังจากเปลี่ยนค่าของ $\tilde{L}(a_j)$ ในสมการ (2-27) จากนั้นแทนค่า a_i ด้วย u จะได้สมการที่ (2-34)

$$\begin{aligned} \tilde{L}(u) = & 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \\ & \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f \left[\frac{a_j - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) a_i + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] ; i=1,2,...,m \end{aligned} \quad (2-34)$$

2.4 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ $H_L = a = 0$ และ $H_U = b$ ค่าสถิติ DMEWMA อยู่ในช่วง $0 \leq DM_i \leq b$ สำหรับกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุม และ $DM_i > b$ สำหรับกระบวนการออกนอกภายใต้การควบคุม สามารถเขียนสมการปริพันธ์ แสดงดังสมการที่ (2-35)

$$L(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \int_0^b L(y) f \left[\frac{y - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - k_2 \lambda_1) v - (1 - \lambda_2) u + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right] dy \quad (2-35)$$

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ทั้ง 4 วิธีดังนี้

2.4.1 วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method)

จากสมการที่ (2-35) กำหนดให้

$$f(A_j) = f \left(\frac{a_j - (1 - \lambda_2) u - (\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 k_2) v + (k_1 \lambda_2 + k_1 k_2) e}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \right)$$

การประมาณค่าจากการหาปริพันธ์ของสมการ $f(y)$ ในช่วง $[0, b]$ แสดงดังสมการที่ (2-36)

$$\int_0^b w(y) f(y) dy \approx \sum_{j=1}^m w_j f(a_j) ; j=1,2,...,m \quad (2-36)$$

โดยที่ $w(y) = 1, -1 < y < 1$

สามารถเขียนค่าประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขจากกฎเกาส์ แสดงดังสมการที่ (2-37)

$$\tilde{L}_G(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j L(a_j) f(A_j) \quad (2-37)$$

2.4.2 วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method)

กำหนดให้ $y = f(y)$ ในช่วง $[0, b]$ แบ่งออกเป็น m ช่วง โดยมีช่วงความกว้าง $h = \frac{b}{m}$ ด้วยกฎของค่ากลาง ที่มีการแบ่งช่วงเป็น m ช่วง แสดงดังสมการที่ (2-38)

$$M(f, h) = h \sum_{j=1}^m f \left[a + \left(j - \frac{1}{2} \right) h \right] ; j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (2-38)$$

การประมาณค่าจากการหาปริพันธ์ของสมการ $f(y)$ มีรูปแบบดังนี้ $\int_a^b f(y) dy \approx M(f, h)$ สามารถเขียนค่าประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขจากกฎของค่ากลาง แสดงดังสมการ (2-39)

$$\tilde{L}_M(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j L(a_j) f(A_j) \quad (2-39)$$

โดยที่ $a_j = w_j \left(j - \frac{1}{2} \right)$ และ $w_j = \frac{b}{m} ; j = 1, 2, \dots, m$

2.4.3 วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method)

กำหนดให้ $y = f(y)$ ในช่วง $[0, b]$ แบ่งออกเป็น m ช่วง โดยมีช่วงความกว้าง $h = \frac{b}{m}$ ด้วยกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู ที่มีการแบ่งช่วงเป็น m ช่วง แสดงดังสมการที่ (2-40)

$$T(f, h) = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)] + h \sum_{j=1}^m f(y_j) ; j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (2-40)$$

การประมาณค่าจากการหาปริพันธ์ของสมการ $f(y)$ มีรูปแบบดังนี้ $\int_a^b f(y) dy \approx T(f, h)$ สามารถเขียนค่าประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขจากกฎสี่เหลี่ยมคางหมู แสดงดังสมการ (2-41)

$$\tilde{L}_T(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j L(a_j) f(A_j) \quad (2-41)$$

โดยที่ $a_j = w_j j$ และ $w_j = \frac{b}{m} ; j = 1, 2, \dots, m-1$ ในกรณีอื่น $w_j = \frac{b}{2m}$

2.4.4 วิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

กำหนดให้ $y = f(y)$ ในช่วง $[0, b]$ แบ่งออกเป็น $2m$ ช่วง โดยมีช่วงความกว้าง $h = \frac{b}{2m}$
 ด้วยกฎของซิมป์สัน ที่มีการแบ่งช่วงเป็น $2m$ ช่วง แสดงดังสมการที่ (2-42)

$$S(f, h) = \frac{h}{3} [f(a) - f(b)] + \frac{2h}{3} \sum_{j=1}^m f(y_{2j}) + \frac{4h}{3} \sum_{j=1}^m f(y_{2j-1}) ; j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (2-42)$$

การประมาณค่าจากการหาปริพันธ์ของสมการ $f(y)$ มีรูปแบบดังนี้ $\int_a^b f(y) dy \approx S(f, h)$ สามารถ
 เขียนค่าประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขจากกฎของซิมป์สัน แสดงดังสมการ (2-43)

$$\tilde{L}_s(u) = 1 + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 + k_1 \lambda_2 + k_2 \lambda_1 + k_1 k_2} \sum_{j=1}^m w_j L(a_j) f(A_j) \quad (2-43)$$

โดยที่ $a_j = w_j j$, $w_j = \frac{4}{3} \left(\frac{b}{2m} \right)$; $j = 1, 3, \dots, 2m-1$ และ $w_j = \frac{2}{3} \left(\frac{b}{2m} \right)$; $j = 2, 4, \dots, 2m-2$

ในกรณีอื่น $w_j = \frac{1}{3} \left(\frac{b}{2m} \right)$

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Shewhart (1931) ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมขึ้นเป็นครั้งแรก เพื่อใช้ในการตรวจสอบความแปรปรวนที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต โดยอาศัยหลักการทางสถิติเข้ามาประยุกต์ใช้ แผนภูมิควบคุมที่ Shewhart พัฒนาขึ้นมีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงที่มีขนาดใหญ่ อย่างไรก็ตาม แผนภูมินี้ไม่ได้ให้ความสำคัญกับข้อมูลที่เกิดขึ้นในอดีต

Roberts (1959) ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average: EWMA) ซึ่งเป็นแผนภูมิที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต โดยอาศัยหลักการที่นำข้อมูลในอดีตมาถ่วงน้ำหนักพร้อมกับข้อมูลใหม่ ทำให้สามารถติดตามแนวโน้มของกระบวนการได้อย่างต่อเนื่อง แผนภูมิ EWMA มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการที่มีขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมแบบ Shewhart

Areepong และ Sukparungsee (2010) ศึกษาการประมาณค่า ARL ของเวลาเตือนที่ผิดพลาดและความล่าช้าเฉลี่ยของเวลาเตือนจริงโดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข จากนั้นเปรียบเทียบกับวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่า วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขดีกว่าวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นน้อยกว่า

Alevizakos, Chatterjee และ Koukouvinos (2021) ได้เสนอแผนภูมิแบบใหม่คือ แผนภูมิ DMEWMA (Double MEWMA) สำหรับใช้ในการติดตามการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการ ภายใต้สมมติฐานว่ากระบวนการที่ศึกษามีการแจกแจงแบบปกติ ประสิทธิภาพทางสถิติของแผนภูมิถูกประเมินโดยใช้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของระยะเวลาการตรวจจับ (run-length) โดยอาศัยการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) ผลการเปรียบเทียบกับแผนภูมิ EWMA และ DEWMA แสดงให้เห็นว่า แผนภูมิที่ได้รับการปรับปรุงมีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่า

Areepong และ Sunthornwat (2021) ประมาณค่า ARL ความเร็วโมเลกุลและพลังงานของก๊าซสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA โดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ผลการวิจัยพบว่า ค่า ARL ความเร็วโมเลกุลลดลงในกรณีที่อุณหภูมิสูงขึ้น นอกจากนี้ค่า ARL พลังงานจลน์ของโมเลกุลลดลงในกรณีที่อุณหภูมิสูงขึ้น

Neammai, Areepong และ Sukparungsee (2023) ได้เสนอวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขสำหรับการหาค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของทุกวิธีไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้ แผนภูมิ DMEWMA ยังมีประสิทธิภาพเหนือกว่าแผนภูมิ EWMA และ MEWMA ยกเว้นในกรณีที่ค่าพารามิเตอร์ มีขนาดเล็กมาก และขนาดของการเปลี่ยนแปลงมากกว่า 0.5

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยนี้ได้ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart: MEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart: DMEWMA) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) จากนั้นได้ทำการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (CPU Times) สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยพิจารณาจากค่า ARL ที่น้อยที่สุดเป็นเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิภาพ สำหรับเนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีที่ใช้ในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

3.2 แผนการทดลอง

3.3 ขั้นตอนการจำลองข้อมูล

3.4 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย

3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษานี้จะทำการจำลองข้อมูลโดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

3.1.1 ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

3.1.2 ศึกษาการแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential distribution), การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution)

3.1.3 ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA

3.1.4 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงและระดับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการ

3.1.5 เปรียบเทียบวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA จากเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) และประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL)

3.1.6 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม EWMA

3.1.7 โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และค่า Average Extra Quadratic Loss (AEQL) ที่น้อยที่สุดเป็นเกณฑ์ในการตรวจสอบประสิทธิภาพ

3.1.8 ประยุกต์ใช้แผนภูมิควบคุม DMEWMA กับข้อมูลจริง

3.1.9 สรุปผลการวิจัย

3.2 แผนการทดลอง

ในงานวิจัยนี้ทำการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 2 และ 4 การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 3 และ 5 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 1 และ 2 ตามลำดับ และการแจกแจงไวบูล กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 1 และ 3 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 4 และ 6 ตามลำดับ กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

(ARL_0) เท่ากับ 370 และกำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการ (σ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

3.3 ขั้นตอนการจำลองข้อมูล

3.3.1 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้ขีดจำกัดการควบคุม (in-control process) กำหนดให้ข้อมูลและค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจงต่างๆ ดังนี้

- ก) การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ β เท่ากับ 2 และ 4
- ข) การแจกแจงแกมมา กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 3 และ 5 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 1 และ 2 ตามลำดับ
- ค) การแจกแจงไวบูล กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง α เท่ากับ 1 และ 3 ค่าพารามิเตอร์ขนาด β เท่ากับ 4 และ 6 ตามลำดับ

3.3.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุมที่ทำการศึกษา ดังนี้ λ_1 เท่ากับ 0.2 และ λ_2 เท่ากับ 0.1

3.3.3 ประเมินค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

3.3.4 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370

3.3.5 กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการ (σ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

3.3.6 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) ของแต่ละวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE)

3.4 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย

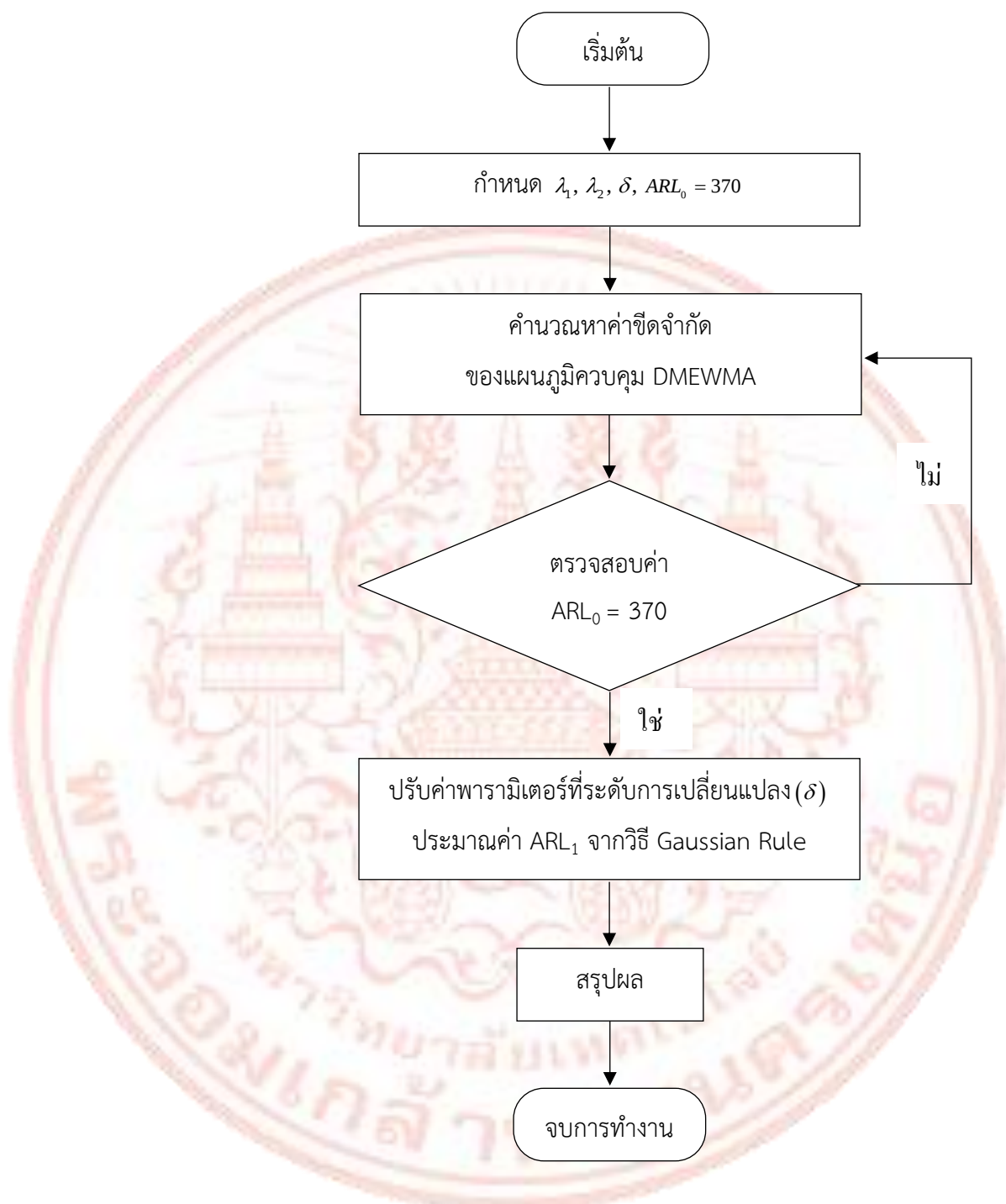
3.4.1 พิสูจน์หาสูตรที่ใช้ในการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

3.4.2 ทำการหาค่าประมาณ ARL_0 และ ARL_1 โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ซึ่งใช้โปรแกรม Mathematica® 8 ในการคำนวณ

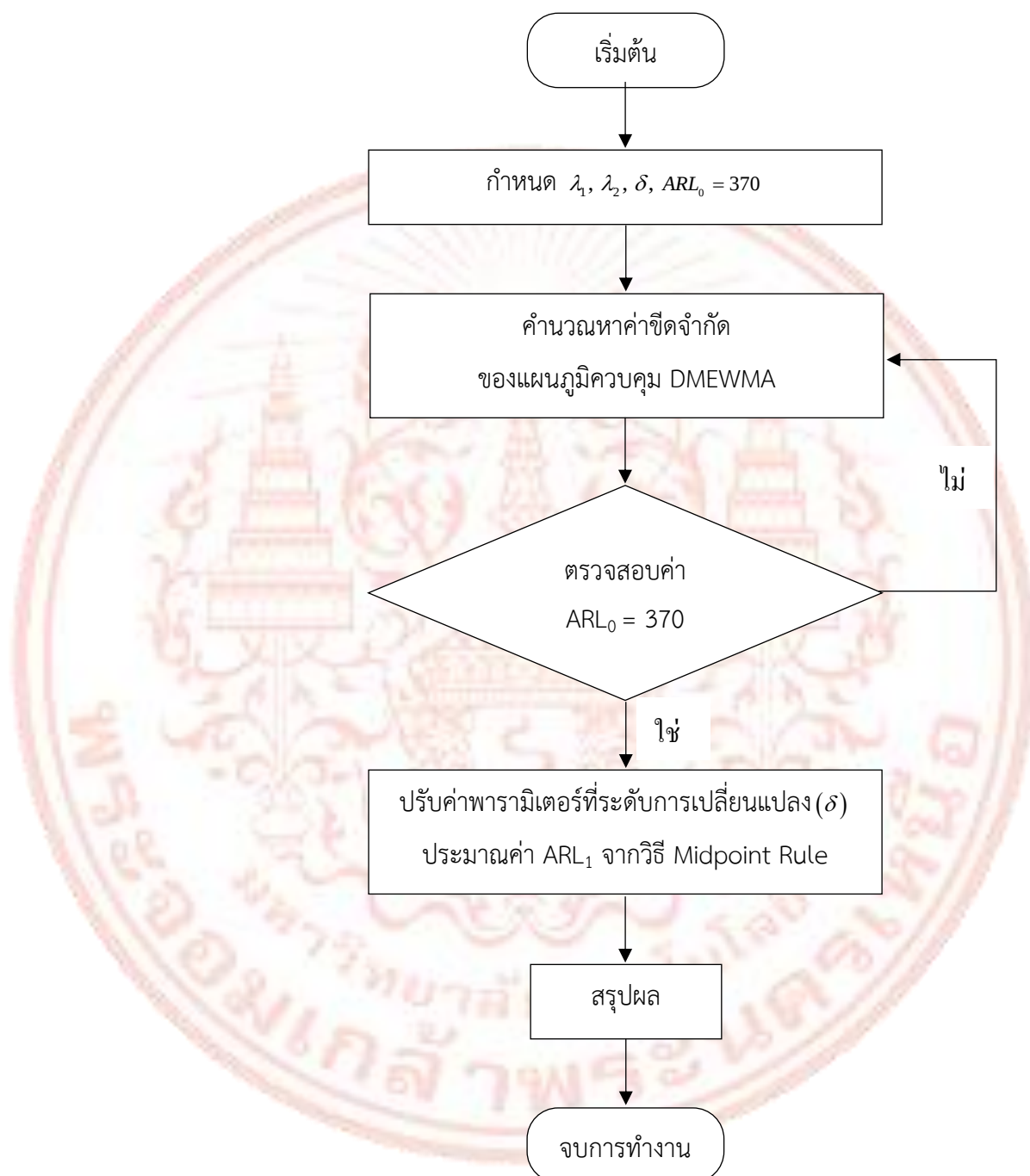
3.4.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) ในแผนภูมิควบคุม DMEWMA

3.4.4 เปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times)

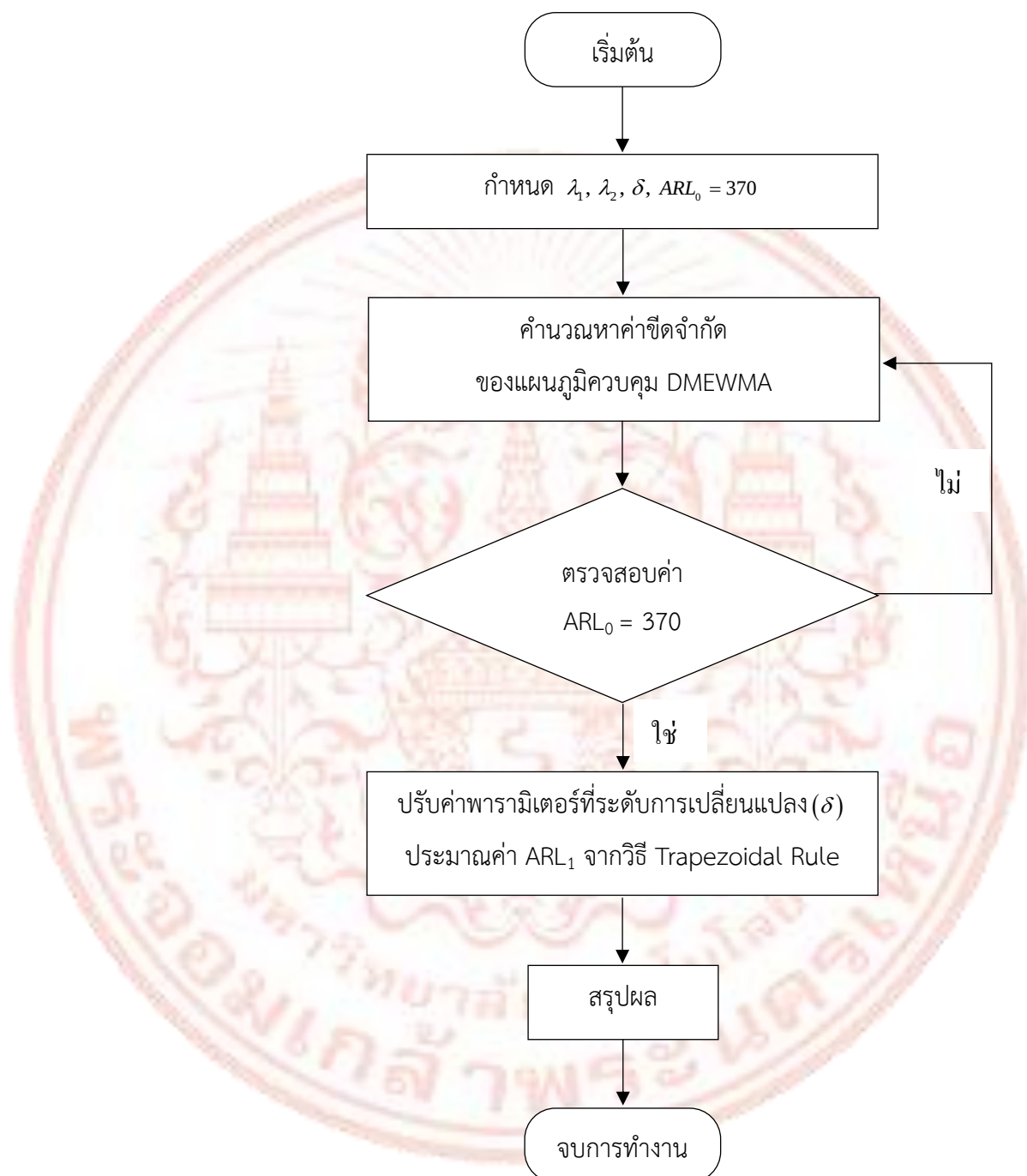




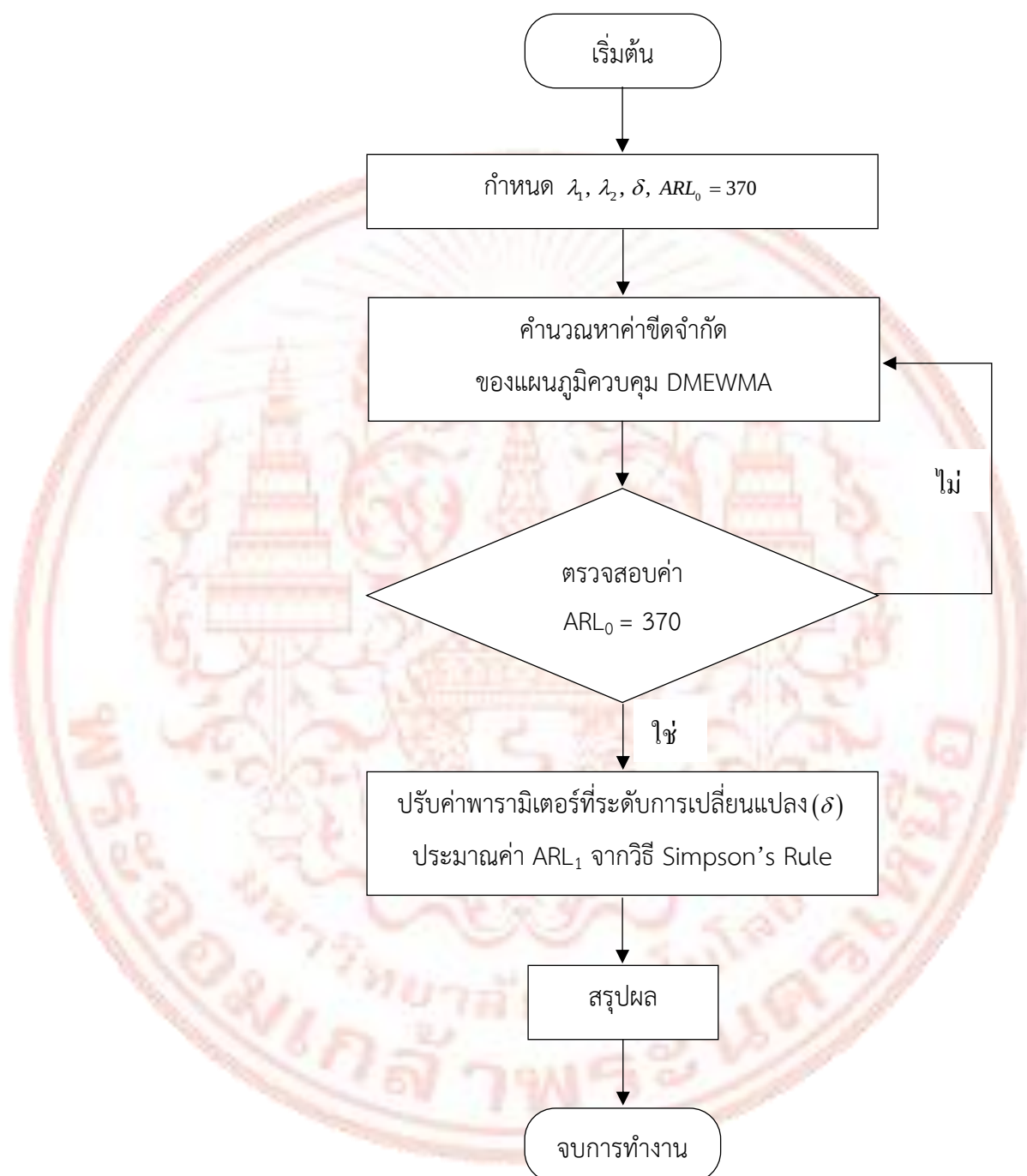
ภาพที่ 3-1 แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของเกาส์ (Gaussian Rule Method) ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA



ภาพที่ 3-2 แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA



ภาพที่ 3-3 แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA



ภาพที่ 3-4 แผนผังแสดงขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) ด้วยวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยนี้ศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้น (Double Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart: DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential distribution), การแจกแจงแกมมา (Gamma distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution) จากนั้นทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเลขชี้กำลังแบบดัดแปลง (Modified Exponentially Weighted Moving Average control chart : MEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370 โดยใช้โปรแกรม Mathematica® 8.0 ได้ผลการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 4-1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2$, $\lambda_2 = 0.1$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$

δ	Exponential (2)				δ	Exponential (4)			
	b=3.942871					b=6.209125			
	Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson		Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson
0	370 (1.641)	370 (6.547)	370 (1.657)	370 (6.500)	0	370 (1.625)	370 (6.547)	370 (1.657)	370 (6.516)
0.01	363.584 (1.709)	363.584 (6.540)	363.584 (1.784)	363.584 (6.525)	0.01	364.810 (1.672)	364.810 (6.240)	364.810 (1.688)	364.810 (6.532)
0.03	351.369 (1.609)	351.369 (6.375)	351.369 (1.671)	351.369 (6.531)	0.03	354.868 (1.640)	354.868 (6.406)	354.868 (1.671)	354.868 (6.578)
0.05	339.913 (1.625)	339.913 (6.422)	339.913 (1.688)	339.913 (6.563)	0.05	345.469 (1.656)	345.469 (6.375)	345.469 (1.641)	345.469 (6.547)
0.1	314.176 (1.656)	314.176 (6.321)	314.176 (1.625)	314.176 (6.531)	0.1	324.074 (1.703)	324.074 (6.490)	324.074 (1.625)	324.074 (6.579)
0.3	240.374 (1.625)	240.374 (6.407)	240.374 (1.656)	240.374 (6.500)	0.3	260.253 (1.594)	260.253 (6.391)	260.253 (1.672)	260.253 (6.500)
0.5	194.139 (1.704)	194.139 (6.390)	194.139 (1.640)	194.139 (6.531)	0.5	217.974 (1.641)	217.974 (6.438)	217.974 (1.687)	217.974 (6.532)
1	130.731 (1.704)	130.731 (6.546)	130.731 (1.709)	130.731 (6.525)	1	156.056 (1.525)	156.056 (6.376)	156.056 (1.678)	156.056 (6.500)
2	79.178 (1.640)	79.178 (6.340)	79.178 (1.525)	79.178 (6.390)	2	100.942 (1.688)	100.942 (6.375)	100.942 (1.625)	100.942 (6.512)
3	57.017 (1.625)	57.017 (6.525)	57.017 (1.704)	57.017 (6.481)	3	75.349 (1.725)	75.349 (6.375)	75.349 (1.657)	75.349 (6.607)

หมายเหตุ : อักษรที่อยู่ในวงเล็บ คือ เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที

อักษรตัวหนา คือ CPU times ที่ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

ตารางที่ 4-2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2$, $\lambda_2 = 0.1$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$

δ	Gamma (3,1)				δ	Gamma (5,2)			
	b=12.721732					b=9.201296			
	Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson		Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson
0	370 (1.640)	370 (3.266)	370 (1.375)	370 (3.844)	0	370 (1.046)	370 (4.015)	370 (1.328)	370 (4.797)
0.01	317.866 (1.093)	317.866 (5.547)	317.866 (1.172)	317.866 (5.156)	0.01	301.26 (1.000)	301.26 (3.796)	301.26 (1.047)	301.26 (5.438)
0.03	246.902 (1.234)	246.902 (2.938)	246.902 (0.969)	246.902 (3.812)	0.03	217.526 (0.984)	217.526 (4.048)	217.526 (1.125)	217.526 (5.500)
0.05	200.951 (1.056)	200.951 (3.187)	200.951 (0.922)	200.951 (3.547)	0.05	168.511 (1.190)	168.511 (4.078)	168.511 (1.172)	168.511 (4.872)
0.1	135.570 (1.734)	135.570 (3.469)	135.570 (0.375)	135.570 (5.703)	0.1	104.844 (1.066)	104.844 (3.703)	104.844 (1.147)	104.844 (4.844)
0.3	56.026 (1.210)	56.026 (3.687)	56.026 (1.406)	56.026 (4.281)	0.3	36.274 (1.037)	36.274 (3.187)	36.274 (1.125)	36.274 (3.547)
0.5	34.097 (1.067)	34.097 (3.750)	34.097 (1.250)	34.097 (5.469)	0.5	19.737 (1.469)	19.737 (4.281)	19.737 (1.188)	19.737 (5.781)
1	15.974 (0.937)	15.974 (3.704)	15.974 (1.125)	15.974 (3.907)	1	8.096 (0.844)	8.096 (3.500)	8.096 (1.422)	8.096 (4.453)
2	4.259 (1.000)	4.259 (2.986)	4.259 (0.988)	4.259 (4.125)	2	3.214 (1.200)	3.214 (4.255)	3.214 (1.205)	3.214 (3.885)
3	3.072 (0.750)	3.072 (3.422)	3.072 (1.172)	3.072 (3.797)	3	1.928 (1.578)	1.928 (3.422)	1.928 (1.125)	1.928 (4.672)

หมายเหตุ : อักษรที่อยู่ในวงเล็บ คือ เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที

อักษรตัวหนา คือ CPU times ที่ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

ตารางที่ 4-3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมาไวบูลเมื่อกำหนดให้ $\lambda_1 = 0.2$, $\lambda_2 = 0.1$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$ และ $ARL_0 = 370$

δ	Weibull (1,4)				δ	Weibull (3,6)			
	b=0.0001199245					b=2.54590355			
	Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson		Midpoint	Gaussian	Trapezoidal	Simpson
0	370 (1.328)	370 (4.563)	370 (1.406)	370 (5.500)	0	370 (1.422)	370 (5.594)	370 (1.312)	370 (5.172)
0.01	364.810 (1.313)	364.810 (4.859)	364.810 (1.547)	364.810 (5.250)	0.01	362.197 (1.312)	362.197 (5.937)	362.197 (1.251)	362.197 (5.391)
0.03	354.868 (1.313)	354.868 (4.610)	354.868 (1.750)	354.868 (5.781)	0.03	347.567 (1.110)	347.567 (4.672)	347.567 (1.640)	347.567 (5.109)
0.05	345.469 (1.297)	345.469 (4.953)	345.469 (1.219)	345.469 (5.547)	0.05	334.108 (1.250)	334.108 (5.250)	334.108 (1.375)	334.108 (6.344)
0.1	324.074 (1.140)	324.074 (4.656)	324.074 (1.609)	324.074 (5.360)	0.1	304.740 (1.171)	304.740 (5.297)	304.740 (1.391)	304.740 (6.157)
0.3	260.253 (1.359)	260.253 (5.063)	260.253 (1.578)	260.253 (5.781)	0.3	226.259 (1.282)	226.259 (5.516)	226.259 (1.140)	226.259 (6.016)
0.5	217.974 (1.187)	217.974 (4.937)	217.974 (1.703)	217.974 (5.688)	0.5	180.476 (1.281)	180.476 (3.906)	180.476 (1.391)	180.476 (5.531)
1	156.056 (1.422)	156.056 (4.516)	156.056 (1.343)	156.056 (5.484)	1	120.081 (1.110)	120.081 (4.140)	120.081 (1.250)	120.081 (5.844)
2	100.942 (1.468)	100.942 (4.969)	100.942 (1.563)	100.942 (5.453)	2	70.565 (1.594)	70.565 (5.094)	70.565 (1.656)	70.565 (6.469)
3	75.349 (1.422)	75.349 (4.672)	75.349 (1.704)	75.349 (4.938)	3	48.068 (1.531)	48.068 (4.656)	48.068 (1.640)	48.068 (6.203)

หมายเหตุ : อักษรที่อยู่ในวงเล็บ คือ เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที

อักษรตัวหนา คือ CPU times ที่ต่ำสุดแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย

จากตารางที่ 4-1 ถึง ตารางที่ 4-3 การประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA ทั้ง 4 วิธี เมื่อพิจารณาจากค่า ARL_1 มีค่าเท่ากันในทุกะดับการเปลี่ยนแปลง และเมื่อพิจารณาจากเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) ที่น้อยที่สุด มี 2 วิธี คือ วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) และวิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) ที่ใช้เวลาในการประมวลผลใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4-4 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พารามิเตอร์ $\beta = 2$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (0.922)	354.636 (0.937)	326.362 (0.922)	301.019 (0.906)	248.266 (0.937)	129.165 (0.953)	78.011 (0.953)	33.521 (0.969)	14.241 (0.907)	9.131 (0.968)
MEWMA $k_1=1$		370 (1.063)	354.634 (1.064)	326.355 (1.078)	301.355 (1.015)	248.241 (1.031)	129.088 (1.062)	77.900 (1.032)	33.379 (1.062)	14.108 (1.032)	9.015 (1.047)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (1.688)	337.961 (1.704)	286.191 (1.687)	246.284 (1.640)	178.091 (1.719)	71.575 (1.688)	38.408 (1.703)	13.692 (1.719)	4.545 (1.702)	2.625 (1.723)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.671)	307.506 (1.688)	227.594 (1.687)	178.753 (1.703)	112.870 (1.687)	38.520 (1.719)	20.009 (1.687)	7.183 (1.703)	2.642 (1.719)	1.724 (1.718)
	$k_2 = 1$	370 (1.641)	363.584 (1.709)	351.369 (1.609)	339.913 (1.625)	314.176 (1.656)	240.374 (1.625)	194.139 (1.704)	130.731 (1.704)	79.178 (1.640)	57.017 (1.625)
	$k_2 = 2$	370 (1.656)	366.378 (1.687)	359.324 (1.625)	352.517 (1.703)	336.501 (1.641)	284.179 (1.656)	245.520 (1.687)	182.882 (1.657)	121.267 (1.672)	90.998 (1.718)
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		370 (1.078)	340.101 (1.094)	290.861 (1.046)	252.113 (1.094)	184.311 (1.047)	74.699 (1.063)	39.941 (1.054)	14.128 (1.063)	4.684 (1.563)	2.708 (1.578)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	370 (1.704)	224.807 (1.553)	84.552 (1.705)	32.794 (1.641)	4.077 (1.552)	1.001 (1.688)	1.000 (1.688)	1.000 (1.740)	1.000 (1.525)	1.000 (1.709)
	$k_2=0.05$	370 (1.625)	312.830 (1.709)	224.785 (1.740)	162.627 (1.656)	74.590 (1.500)	5.430 (1.703)	1.415 (1.624)	1.020 (1.709)	1.000 (1.626)	1.000 (1.703)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.505)	354.009 (1.620)	324.477 (1.621)	297.894 (1.565)	242.233 (1.709)	115.523 (1.708)	61.845 (1.625)	18.714 (1.500)	4.573 (1.525)	2.301 (1.500)
	$k_2 = 1$	370 (1.640)	358.946 (1.709)	338.139 (1.526)	318.929 (1.625)	276.954 (1.525)	167.763 (1.709)	110.194 (1.500)	49.082 (1.708)	17.585 (1.641)	9.399 (1.541)
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		370 (1.093)	305.546 (1.063)	224.762 (1.094)	176.259 (1.094)	111.820 (1.078)	40.138 (1.079)	22.146 (1.064)	9.095 (1.110)	3.805 (1.125)	2.493 (1.093)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	370 (1.688)	296.061 (1.500)	190.897 (1.625)	124.259 (1.656)	44.355 (1.709)	2.039 (1.688)	1.045 (1.709)	1.001 (1.500)	1.000 (1.656)	1.000 (1.526)
	$k_2=0.05$	370 (1.704)	330.554 (1.526)	264.721 (1.500)	212.938 (1.516)	125.913 (1.704)	19.872 (1.709)	4.831 (1.708)	1.176 (1.625)	1.004 (1.525)	1.000 (1.614)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.625)	358.163 (1.688)	335.927(1.704)	315.453 (1.500)	270.937 (1.688)	157.175 (1.687)	99.167 (1.500)	40.627 (1.626)	13.112 (1.526)	6.677 (1.709)
	$k_2 = 1$	370 (1.688)	358.375 (1.656)	336.726 (1.525)	316.997 (1.704)	274.696 (1.709)	168.912 (1.500)	114.607 (1.525)	56.063 (1.615)	23.257 (1.655)	13.564 (1.688)

ตารางที่ 4-5 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พารามิเตอร์ $\beta = 4$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (0.954)	362.211 (0.937)	347.272 (0.962)	333.141 (0.969)	301.019 (0.922)	207.363 (0.969)	149.696 (0.953)	78.011 (0.965)	33.521 (0.963)	20.093 (0.938)
MEWMA $k_1=1$		370 (1.678)	360.048 (1.578)	341.336 (1.515)	324.070 (1.516)	286.297 (1.570)	186.360 (1.562)	131.053 (1.625)	67.211 (1.593)	29.242 (1.516)	17.750 (1.594)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (1.565)	341.175 (1.703)	294.779 (1.672)	259.078 (1.625)	197.817 (1.687)	97.976 (1.703)	62.813 (1.703)	30.873 (1.704)	13.802 (1.673)	8.469 (1.672)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.657)	343.271 (1.670)	299.624 (1.688)	265.497 (1.703)	205.798 (1.7190)	105.139 (1.688)	68.507 (1.703)	34.428 (1.687)	15.641 (1.672)	9.612 (1.719)
	$k_2 = 1$	370 (1.625)	364.810 (1.672)	354.868 (1.640)	345.469 (1.656)	324.074 (1.703)	260.253 (1.594)	217.974 (1.641)	156.056 (1.525)	100.942 (1.688)	75.349 (1.725)
	$k_2 = 2$	370 (1.688)	367.078 (1.688)	361.377 (1.672)	355.860 (1.657)	342.815 (1.687)	299.364 (1.719)	266.138 (1.687)	209.351 (1.719)	148.363 (1.703)	115.795 (1.703)
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		370 (1.031)	306.914 (1.094)	228.234 (1.078)	181.136 (1.078)	118.511 (1.063)	47.514 (1.047)	28.551 (1.093)	13.378 (1.141)	6041 (1.110)	3.878 (1.078)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	370 (1.704)	303.828 (1.688)	205.551 (1.625)	139.702 (1.500)	54.387 (1.625)	2.461 (1.709)	1.055 (1.500)	1.000 (1.656)	1.000 (1.500)	1.000 (1.625)
	$k_2=0.05$	370 (1.709)	337.263 (1.656)	280.625 (1.688)	233.946 (1.516)	149.695 (1.656)	28.366 (1.627)	6.842 (1.704)	1.210 (1.525)	1.002 (1.526)	1.000 (1.708)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.525)	354.298 (1.526)	325.855 (1.500)	300.805 (1.625)	249.711 (1.709)	135.867 (1.704)	84.424 (1.688)	34.653 (1.565)	10.952 (1.640)	5.328 (1.687)
	$k_2 = 1$	370 (1.688)	360.035 (1.628)	341.450 (1.704)	324.472 (1.709)	287.847 (1.556)	193.477 (1.688)	141.704 (1.565)	79.648 (1.500)	38.011 (1.625)	23.705 (1.708)
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		370 (1.094)	274.221 (1.078)	180.400 (1.047)	134.210 (1.078)	81.518 (1.062)	31.136 (1.031)	18.979 (1.062)	9.458 (1.094)	4.759 (1.125)	3.295 (1.125)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	370 (1.672)	272.150 (1.687)	148.083 (1.702)	81.266 (1.750)	19.119 (1.704)	1.066 (1.734)	1.001 (1.735)	1.000 (1.750)	1.000 (1.688)	1.000 (1.705)
	$k_2=0.05$	370 (1.688)	341.713 (1.719)	291.854 (1.719)	249.709 (1.703)	170.362 (1.704)	40.941 (1.688)	11.720 (1.734)	1.631 (1.750)	1.009 (1.704)	1.001 (1.766)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.703)	354.481 (1.767)	326.655 (1.735)	302.428 (1.703)	253.730 (1.734)	147.311 (1.703)	98.732 (1.750)	48.589 (1.752)	20.186 (1.719)	11.542 (1.797)
	$k_2 = 1$	370 (1.678)	354.991 (1.687)	328.197 (1.688)	304.988 (1.672)	258.621 (1.703)	157.992 (1.703)	111.647 (1656)	61.963 (1.734)	30.834 (1.719)	19.884 (1.703)

ตารางที่ 4-6 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

Exponential (2)				Exponential (4)			
Control chart		b or UCL	AEQL	Control chart		b or UCL	AEQL
EWMA		4.315537	23.040	EWMA		8.631075	30.264
MEWMA $k_1=1$		25.8657	22.845	MEWMA $k_1=1$		45.628467	26.415
DMEWMA	$k_2=0.05$	0.0194285	8.248	DMEWMA	$k_2=0.05$	0.17848345	12.614
	$k_2=0.5$	0.006936	4.839		$k_2=0.5$	0.1929165	14.067
	$k_2=1$	3.942871	115.012		$k_2=1$	6.209125	71.356
	$k_2=2$	6.988789	175.388		$k_2=2$	10.77635	100.107
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.1147247	8.524	MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.33328071	5.648
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	9.05556×10^{-43}	1.618	DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	3.06693×10^{-33}	0.733
	$k_2=0.05$	8.12445×10^{-14}	1.805		$k_2=0.05$	5.33236×10^{-15}	1.317
	$k_2=0.5$	0.0055938	9.674		$k_2=0.5$	0.01478497	12.819
	$k_2=1$	0.141503	27.841		$k_2=1$	0.6222869	32.063
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		0.26988986	6.410	MEWMA $k_1=-\lambda/4$		0.60525644	4.153
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	1.21432×10^{-18}	1.711	DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	1.757882×10^{-52}	0.656
	$k_2=0.05$	5.4353×10^{-9}	2.139		$k_2=0.05$	1.39737×10^{-12}	1.656
	$k_2=0.5$	0.0684084	21.771		$k_2=0.5$	0.1686846	18.988
	$k_2=1$	0.3458752	35.433		$k_2=1$	0.7283869	25.679

จากตารางที่ 4-4 และ 4-5 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับ แผนภูมิควบคุม MEWMA และ EWMA สำหรับการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ด้วยวิธีทวิภาคของค่ากลาง และจากตารางที่ 4-6 พบว่าการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พารามิเตอร์ $\beta = 2$ และ $\beta = 4$ เมื่อกำหนดค่า k_1 และ k_2 เท่ากับ $-\lambda/2$ และ $-\lambda/4$ จะให้ค่า AEQL ที่น้อยที่สุด เท่ากับ 1.618 และ 0.656 ตามลำดับ

ตารางที่ 4-7 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ $\alpha = 3, \beta = 1$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (1.250)	323.078 (0.719)	250.108 (0.765)	197.372 (0.985)	117.775 (0.937)	32.232 (0.735)	16.892 (0.656)	7.972 (0.453)	4.259 (1.000)	3.072 (0.750)
MEWMA $k_1=1$		370 (0.937)	322.848 (0.938)	249.534 (0.906)	196.565 (0.922)	116.667 (0.875)	31.035 (0.968)	15.841 (0.938)	7.167 (0.828)	3.755 (1.321)	2.698 (0.828)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (1.234)	343.017 (1.078)	295.875 (1.235)	256.388 (0.907)	182.590 (1.172)	58.384 (1.734)	24.180 (1.750)	5.504 (1.406)	1.615 (0.862)	1.176 (1.062)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.344)	280.260 (1.750)	186.198 (1.047)	137.630 (1.016)	80.733 (0.859)	26.794 (0.921)	14.882 (1.219)	6.481 (1.016)	2.829 (1.062)	1.854 (1.015)
	$k_2 = 1$	370 (1.640)	317.866 (1.093)	246.902 (1.234)	200.951 (1.056)	135.570 (1.734)	56.026 (1.210)	34.097 (1.067)	15.974 (0.937)	4.259 (1.000)	3.072 (0.750)
	$k_2 = 2$	370 (1.000)	342.676 (1.078)	298.305 (1.109)	263.856 (0.844)	204.159 (1.047)	105.165 (1.125)	69.158 (1.062)	34.302 (1.031)	13.815 (1.215)	7.352 (0.984)
MEWMA $k_1=-\lambda / 2$		370 (0.844)	328.598 (0.407)	260.780 (0.516)	208.601 (0.718)	123.273 (1.047)	22.029 (0.906)	6.438 (0.719)	1.512 (0.906)	1.034 (1.009)	1.007 (1.063)
DMEWMA	$k_2=-\lambda / 2$	370 (1.625)	52.949 (1.063)	2.153 (1.406)	1.030 (1.204)	1.000 (1.359)	1.000 (1.625)	1.000 (1.063)	1.000(1.1 10)	1.000 (1.084)	1.000 (1.062)
	$k_2=0.05$	370 (1.500)	185.487 (1.016)	48.974 (0.500)	14.118 (1.187)	1.627 (1.281)	1.000 (1.187)	1.000 (1.297)	1.000(0.7 66)	1.000 (1.069)	1.000 (1.609)
	$k_2 = 0.5$	370 (0.922)	297.731 (0.875)	195.168 (1.297)	129.981 (0.968)	50.284 (1.468)	3.094 (1.688)	1.194 (1.422)	1.003 (1.750)	1.000 (0.925)	1.000 (1.188)
	$k_2 = 1$	370 (0.562)	319.886 (1.078)	240.978 (1.109)	183.360 (1.156)	96.464 (1.172)	12.217 (1.109)	3.193 (0.891)	1.131 (0.875)	1.006 (1.258)	1.001 (1.063)
MEWMA $k_1=-\lambda / 4$		370 (0.672)	339.676 (0.875)	287.484 (1.016)	244.620 (0.969)	166.963 (0.625)	46.691 (0.531)	17.688(0. 703)	3.754 (0.828)	1.319 (1.023)	1.084 (0.750)
DMEWMA	$k_2=-\lambda / 4$	370 (0.734)	152.345 (1.500)	27.793 (1.563)	6.061 (1.546)	1.102 (1.594)	1.000 (1.484)	1.000 (1.609)	1.000 (1.156)	1.000 (1.206)	1.000 (1.641)
	$k_2=0.05$	370 (1.188)	231.904 (1.000)	93.838 (1.140)	39.603 (1.625)	5.926 (1.563)	1.006 (0.985)	1.000 (1.485)	1.000 (1.390)	1.000 (1.500)	1.000 (1.141)
	$k_2 = 0.5$	370 (0.985)	317.979 (1.140)	236.780 (1.032)	178.173 (0.859)	91.347 (1.156)	10.753 (0.954)	2.792 (1.235)	1.097 (0.922)	1.004 (1.125)	1.001 (1.156)
	$k_2 = 1$	370 (0.797)	333.567 (1.031)	272.544 (1.000)	224.189 (0.984)	141.394 (1.110)	30.860 (0.953)	10.021 (0.938)	2.093 (0.937)	1.093 (0.524)	1.021 (0.969)

ตารางที่ 4-8 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ $\alpha = 5, \beta = 2$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (0.672)	339.395 (0.578)	287.257 (0.781)	244.996 (0.609)	169.892 (0.688)	57.439 (0.828)	29.663 (0.625)	12.916 (0.812)	6.563 (1.018)	4.627 (1.047)
MEWMA $k_1=1$		370 (0.718)	339.351 (1.187)	287.142 (0.891)	244.825 (0.937)	169.629 (0.703)	57.080 (0.797)	29.312 (0.843)	12.617 (0.812)	6.339 (0.782)	4.448 (0.594)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (1.000)	272.60 (0.797)	176.464 (0.813)	128.903 (0.938)	74.559 (0.891)	23.186 (0.937)	11.545 (0.984)	3.802 (0.953)	1.448 (1.002)	1.119 (1.031)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.468)	254.945 (1.406)	154.666 (1.046)	109.311 (1.063)	60.712 (0.891)	18.389 (0.969)	9.620 (1.047)	3.974 (1.516)	1.867 (1.259)	1.354 (1.375)
	$k_2 = 1$	370 (1.046)	301.260 (1.000)	217.526 (0.984)	168.511 (1.190)	104.844 (1.066)	36.274 (1.037)	19.737 (1.469)	8.096 (0.844)	3.214 (1.200)	1.928 (1.578)
	$k_2 = 2$	370 (1.078)	329.619 (1.031)	269.056 (1.187)	225.914 (1.126)	158.290 (0.766)	64.673 (1.079)	37.289 (1.266)	15.883 (1.391)	5.862 (1.072)	3.067 (1.250)
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		370 (0.906)	353.182 (0.671)	322.136 (0.781)	294.215 (0.968)	235.882 (0.891)	104.866 (0.828)	51.552 (0.859)	12.366 (1.016)	2.306 (0.925)	1.277 (0.875)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	370 (0.969)	222.580 (1.359)	82.082 (1.109)	31.244 (1.219)	3.784 (1.313)	1.001 (1.172)	1.000 (1.344)	1.000 (1.515)	1.000 (1.108)	1.000 (1.547)
	$k_2=0.05$	370 (1.406)	305.658 (0.797)	209.779 (1.453)	145.064 (1.375)	59.651 (1.469)	3.322 (1.625)	1.149 (1.422)	1.001 (1.360)	1.000 (1.426)	1.000 (1.609)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.453)	344.297 (1.500)	298.662 (1.203)	259.689 (1.390)	184.914 (1.391)	54.136 (1.390)	19.085 (1.469)	3.048 (1.469)	1.099 (1.284)	1.013 (1.156)
	$k_2 = 1$	370 (1.250)	350.568 (1.360)	315.106 (1.516)	283.695 (1.422)	219.704 (1.485)	86.406 (1.407)	38.440 (1.532)	7.887 (1.078)	1.615 (1.252)	1.112 (1.406)
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		370 (0.750)	195.210 (0.797)	98.903 (1.031)	65.352 (0.844)	34.244 (0.984)	10.082 (1.015)	5.185 (0.953)	2.063 (0.813)	1.160 (0.625)	1.041 (0.927)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	370 (1.172)	290.874 (1.625)	181.098 (0.984)	113.884 (1.578)	37.531 (1.610)	1.630 (1.609)	1.020 (1.547)	1.000 (0.922)	1.000 (1.357)	1.000 (1.437)
	$k_2=0.05$	370 (1.266)	323.330 (1.500)	247.846 (1.437)	190.935 (1.594)	101.614 (1.437)	11.183 (1.344)	2.436 (1.469)	1.030 (1.312)	1.000 (1.205)	1.000 (1.500)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.672)	350.040 (1.688)	313.699 (1.532)	281.609 (1.734)	216.565 (1.750)	83.091 (1.203)	36.234 (1.219)	7.224 (1.782)	1.529 (1.325)	1.094 (1.563)
	$k_2 = 1$	370 (1.391)	354.398 (1.422)	325.440 (1.235)	299.209 (1.469)	243.750 (1.375)	114.655 (1.468)	59.026 (1.422)	15.295 (1.593)	2.839 (1.250)	1.418 (1.297)

ตารางที่ 4-9 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา

Gamma (3,1)				Gamma (5,2)			
Control chart		b or UCL	AEQL	Control chart		b or UCL	AEQL
EWMA		4.79089	3.784	EWMA		14.448184	6.040
MEWMA $k_1=1$		23.758595	3.428	MEWMA $k_1=1$		81.69531	5.893
DMEWMA	$k_2=0.05$	0.0065035	2.892	DMEWMA	$k_2=0.05$	1.1912739	1.758
	$k_2=0.5$	2.1747757	2.808		$k_2=0.5$	5.0326645	1.839
	$k_2=1$	3.977218	5.410		$k_2=1$	9.201296	3.427
	$k_2=2$	12.721732	13.258		$k_2=2$	17.299448	6.322
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.000112346	1.251	MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.0640507	5.260
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	7.9749×10^{-89}	0.596	DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	1.77704×10^{-48}	0.617
	$k_2=0.05$	2.62573×10^{-32}	0.606		$k_2=0.05$	7.9487×10^{-19}	0.752
	$k_2=0.5$	2.28895×10^{-10}	0.735		$k_2=0.5$	3.25287×10^{-6}	2.210
	$k_2=1$	8.64616×10^{-7}	0.969		$k_2=1$	0.00085255	3.884
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		0.01253581	2.248	MEWMA $k_1=-\lambda/4$		0.99329716	1.058
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	3.20999×10^{-41}	0.601	DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	1.26943×10^{-23}	0.695
	$k_2=0.05$	4.1868×10^{-22}	0.623		$k_2=0.05$	3.46428×10^{-13}	0.933
	$k_2=0.5$	4.266×10^{-7}	0.931		$k_2=0.5$	5.14472×10^{-4}	3.674
	$k_2=1$	1.47591×10^{-4}	1.556		$k_2=1$	0.0497129	6.138

จากตารางที่ 4-7 และ 4-8 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับ แผนภูมิควบคุม MEWMA และ EWMA สำหรับการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ด้วยวิธีทวิภาคของค่ากลาง และจากตารางที่ 4-9 พบว่าการแจกแจงแบบแกมมา เมื่อกำหนดค่า k_1 และ k_2 เท่ากับ $-\lambda/2$ จะให้ค่า AEQL ที่น้อยที่สุดเท่ากับ 0.596 และ 0.617

ตารางที่ 4-10 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ $\alpha = 1, \beta = 4$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (1.125)	362.210 (1.141)	347.271 (1.125)	333.140 (1.110)	301.019 (1.094)	207.363 (1.109)	149.696 (1.063)	78.011 (1.093)	33.521 (1.125)	20.093 (1.125)
MEWMA $k_1=1$		370 (1.203)	357.876 (1.188)	335.520 (1.218)	315.384 (1.188)	272.888 (1.235)	169.572 (1.187)	117.187 (1.203)	59.901 (1.219)	26.673 (1.218)	16.495 (1.235)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (1.958)	351.533 (1.969)	319.450 (1.985)	292.537 (1.938)	241.064 (1.938)	138.864 (1.984)	95.637 (1.969)	51.746 (2.031)	25.423 (2.000)	16.365 (2.031)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.953)	361.584 (1.985)	345.861 (2.015)	331.459 (2.016)	300.249 (1.984)	218.411 (1.985)	171.930 (1.984)	112.753 (2.031)	67.492 (2.015)	48.563 (2.000)
	$k_2 = 1$	370 (1.328)	364.810 (1.313)	354.868 (1.313)	345.469 (1.297)	324.074 (1.140)	260.253 (1.359)	217.974 (1.187)	156.056 (1.422)	100.942 (1.468)	75.349 (1.422)
	$k_2 = 2$	370 (2.015)	367.078 (1.953)	361.377 (1.984)	355.860 (1.984)	342.815 (1.969)	299.364 (1.969)	266.138 (1.938)	209.351 (2.016)	148.363 (2.000)	115.795 (1.984)
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		370 (1.219)	306.914 (1.316)	228.234 (1.312)	181.136 (1.281)	118.511 (1.297)	47.514 (1.266)	28.551 (1.282)	13.378 (1.313)	6.041 (1.344)	3.878 (1.312)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	370 (2.031)	302.885 (2.032)	203.657 (2.047)	137.578 (2.000)	52.784 (2.062)	2.339 (1.985)	1.048 (1.968)	1.000 (2.031)	1.000 (2.063)	1.000 (2.031)
	$k_2=0.05$	370 (2.078)	346.687 (2.031)	304.678 (2.031)	268.108 (2.047)	195.853 (2.047)	60.298 (2.031)	21.018 (2.063)	2.924 (2.063)	1.056 (2.046)	1.004 (2.047)
	$k_2 = 0.5$	370 (2.047)	358.937 (2.062)	338.263 (2.016)	319.333 (2.078)	278.416 (2.031)	173.533 (1.985)	117.680 (2.031)	55.405 (1.985)	20.154 (2.047)	10.352 (2.078)
	$k_2 = 1$	370 (1.984)	360.035 (2.000)	341.450 (2.031)	324.472 (2.000)	287.847 (1.969)	193.477 (1.984)	141.704 (2.016)	79.648 (2.047)	34.011 (2.031)	23.405 (2.046)
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		370 (1.313)	289.777 (1.219)	201.821 (1.297)	154.591 (1.250)	97.138 (1.265)	38.274 (1.297)	23.446 (1.281)	11.656 (1.297)	4.774 (1.328)	3.928 (1.313)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	370 (2.032)	285.091 (1.984)	170.045 (1.984)	102.103 (2.000)	29.586 (2.000)	1.245 (2.032)	1.003 (2.110)	1.000 (2.032)	1.000 (2.012)	1.000 (2.013)
	$k_2=0.05$	370 (2.031)	328.505 (2.000)	259.531 (2.047)	205.634 (2.016)	116.335 (1.985)	14.385 (1.953)	2.884 (2.047)	1.028 (2.063)	1.000 (2.015)	1.000 (2.016)
	$k_2 = 0.5$	370 (1.984)	354.646 (1.985)	327.080 (2.047)	303.047 (2.016)	254.638 (2.094)	148.384 (2.015)	99.653(2.063)	49.181(2.047)	20.488 (2.031)	11.729 (2.078)
	$k_2 = 1$	370 (2.000)	354.991 (2.031)	328.197 (1.9380)	304.988 (1.984)	258.621 (1.985)	157.992 (1.984)	111.647 (1.984)	61.963 (2.000)	30.834 (2.031)	19.884 (2.032)

ตารางที่ 4-11 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ $\alpha = 3, \beta = 6$ เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$

Control chart		δ									
		0	0.01	0.03	0.05	0.1	0.3	0.5	1	2	3
EWMA		370 (1.110)	354.265 (1.120)	325.293 (1.109)	299.315 (1.125)	245.262 (1.109)	124.199 (1.109)	73.603 (1.141)	31.657 (1.172)	14.499 (1.141)	9.869 (1.140)
MEWMA $k_1=1$		370 (1.203)	354.219 (1.219)	325.163 (1.188)	299.112 (1.218)	244.910 (1.235)	123.556 (1.219)	72.873 (1.239)	30.915 (1.234)	13.839 (1.281)	9.286 (1.250)
DMEWMA	$k_2=0.05$	370 (2.031)	302.809 (1.985)	221.710 (2.000)	174.529 (2.016)	113.287 (2.008)	45.671 (1.985)	27.787 (2.016)	13.305 (2.031)	6.026 (2.041)	3.777 (2.047)
	$k_2 = 0.5$	370 (2.000)	354.950 (1.969)	328.258 (1.984)	305.313 (2.000)	259.933 (1.985)	163.125 (2.031)	118.823 (1.953)	70.371 (2.047)	37.627 (2.031)	24.652 (2.062)
	$k_2 = 1$	370 (1.422)	362.197 (1.312)	347.567 (1.110)	334.108 (1.250)	304.740 (1.171)	226.259 (1.282)	180.476 (1.281)	120.081 (1.110)	70.565 (1.594)	48.068 (1.531)
	$k_2 = 2$	370 (1.969)	366.197 (2.015)	358.831 (1.999)	351.767 (2.000)	355.313 (2.104)	282.787 (1.953)	244.641 (2.000)	182.364 (2.063)	117.473 (1.954)	82.883 (2.062)
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		370 (1.266)	336.799 (1.312)	284.153 (1.281)	244.343 (1.297)	177.630 (1.296)	75.034 (1.328)	42.316 (1.281)	16.400 (1.360)	5.706 (1.359)	3.213 (1.360)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	370 (2.031)	314.423 (2.110)	227.838 (2.110)	165.858 (2.063)	76.563 (1.985)	5.223 (2.031)	1.330 (2.000)	1.002 (2.000)	1.000 (2.014)	1.000 (2.094)
	$k_2=0.05$	370 (2.453)	319.504 (2.532)	238.973 (2.437)	179.471 (2.031)	89.329 (2.047)	7.553 (2.047)	1.658 (2.078)	1.006 (2.110)	1.000 (2.110)	1.000 (2.098)
	$k_2 = 0.5$	370 (2.041)	326.594 (2.047)	255.112 (2.047)	199.952 (2.063)	110.379 (20.31)	12.960 (2.016)	2.689 (2.063)	1.031 (2.062)	1.000 (2.109)	1.000 (2.108)
	$k_2 = 1$	370 (2.032)	328.188 (2.062)	258.836 (2.063)	204.803 (2.062)	115.687 (2.063)	14.667 (2.062)	3.081 (2.031)	1.044 (2.094)	1.000 (2.078)	1.000 (2.110)
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		370 (1.326)	240.683 (1.329)	141.078 (1.328)	99.408 (1.313)	56.669 (1.296)	20.019(1. 312)	11.818 (1.308)	5.685 (1.343)	2.857 (1.359)	2.032 (1.344)
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	370 (2.048)	218.247 (2.110)	77.093 (2.000)	28.021 (2.110)	3.153 (2.047)	1.001 (2.031)	1.000 (2.031)	1.000 (2.047)	1.000 (2.100)	1.000 (2.000)
	$k_2=0.05$	370 (2.031)	324.302 (2.031)	249.817 (2.062)	193.135 (2.000)	103.127 (2.062)	10.860 (2.031)	2.248 (2.063)	1.018 (2.078)	1.000 (2.078)	1.000 (2.047)
	$k_2 = 0.5$	370 (2.047)	361.671 (2.032)	345.718 (2.047)	330.654 (2.015)	296.511 (2.078)	197.905 (2.047)	138.142 (2.047)	65.664 (2.078)	23.182 (2.110)	11.611 (2.109)
	$k_2 = 1$	370 (2.016)	359.190 (1.922)	339.040 (1.953)	320.645 (2.016)	281.033 (2.000)	179.853 (2.032)	125.516 (1.985)	63.087 (2.063)	25.149 (2.044)	13.564 (2.078)

ตารางที่ 4-12 ค่า UCL และ AEQL ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไวบูล

Weibull (1,4)				Weibull (3,6)			
Control chart		b or UCL	AEQL	Control chart		b or UCL	AEQL
EWMA		8.631074	30.264	EWMA		7.065277	13.64008
MEWMA $k_1=1$		44.208416	23.890	MEWMA $k_1=1$		37.395726	13.23714
DMEWMA	$k_2=0.05$	0.5815642	21.479	DMEWMA	$k_2=0.05$	1.43251215	5.585017
	$k_2=0.5$	3.502374	49.949		$k_2=0.5$	5.7905965	29.88439
	$k_2=1$	6.209125	71.356		$k_2=1$	10.322613	52.45056
	$k_2=2$	10.77635	100.107		$k_2=2$	18.35423	82.6288
MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.33328071	5.648	MEWMA $k_1=-\lambda/2$		0.73099471	6.581
DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	8.78689×10^{-34}	0.729	DMEWMA	$k_2=-\lambda/2$	2.38315×10^{-14}	0.802
	$k_2=0.05$	3.47016×10^{-10}	2.307		$k_2=0.05$	6.4479×10^{-13}	0.854
	$k_2=0.5$	0.0656952	20.554		$k_2=0.5$	5.97792×10^{-11}	0.971
	$k_2=1$	0.622869	30.285		$k_2=1$	1.63244×10^{-10}	1.008
MEWMA $k_1=-\lambda/4$		0.80267961	4.625	MEWMA $k_1=-\lambda/4$		1.54148117	2.537
DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	2.31145×10^{-44}	0.677	DMEWMA	$k_2=-\lambda/4$	1.226065×10^{-46}	0.615
	$k_2=0.05$	2.256466×10^{-19}	0.999		$k_2=0.05$	1.394952×10^{-11}	0.925
	$k_2=0.5$	0.1736616	19.226		$k_2=0.5$	0.38024	23.875
	$k_2=1$	0.7283869	25.679		$k_2=1$	0.9028485	23.911

จากตารางที่ 4-10 และ 4-11 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับ แผนภูมิควบคุม MEWMA และ EWMA สำหรับการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังด้วยวิธีกฎของค่ากลาง และจากตารางที่ 4-12 พบว่าการแจกแจงไวบูล เมื่อกำหนดค่า x_i และ k_2 เท่ากับ $-\lambda/4$ จะให้ค่า AEQL ที่น้อยที่สุดเท่ากับ 0.677 และ 0.615

การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

ในส่วนนี้จะใช้แผนภูมิควบคุมที่เสนอไปประยุกต์ใช้สำหรับข้อมูลจริง ซึ่งแผนภูมิตำนำมาใช้ในการเปรียบเทียบมี 3 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม DMEWMA

จากการทดสอบพบว่าชุดข้อมูลจริงมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง เกี่ยวกับเวลาการรอเฉลี่ยที่ผู้โดยสารประสบเนื่องจากเที่ยวบินล่าช้าบนเที่ยวบินของ Hawaiian Airlines ไปยังสนามบินนานาชาติ Harry Reid ในลาสเวกัส รัฐเนวาดา โดยที่ X_t แทนค่าสังเกตระยะเวลาการรอเฉลี่ย ค่าสถิติ Z_t แทน ค่าสถิติสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA ค่าสถิติ M_t แทน ค่าสถิติสำหรับแผนภูมิควบคุม MEWMA และค่าสถิติ DM_t แทน ค่าสถิติสำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA แสดงในตารางที่ 4-13 ผลการวิเคราะห์แสดงในตารางที่ 4-14 และภาพที่ 4-1

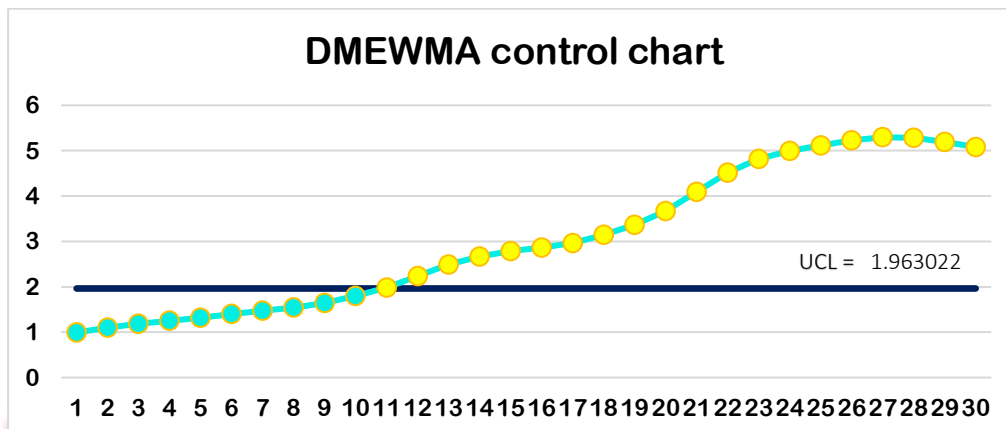
ตารางที่ 4-13 ข้อมูลเวลาการรอเฉลี่ยที่ผู้โดยสารประสบเนื่องจากเที่ยวบินล่าช้าบนเที่ยวบินของ Hawaiian Airlines ไปยังสนามบินนานาชาติ Harry Reid ในลาสเวกัส รัฐเนวาดา

t	X_t	Z_t	M_t	DM_t	t	X_t	Z_t	M_t	DM_t
1	8.18	2.356	1.977	0.993	16	2.53	3.502	3.562	2.868
2	0.74	2.033	2.102	1.101	17	6.52	4.106	3.954	2.967
3	1	1.826	1.868	1.184	18	10.2	5.324	5.019	3.145
4	2	1.861	1.845	1.250	19	6.09	5.478	5.439	3.364
5	2.69	2.027	1.979	1.320	20	14.08	7.198	6.768	3.671
6	2.94	2.209	2.159	1.399	21	14.4	8.638	8.278	4.094
7	1.88	2.144	2.156	1.475	22	6.54	8.219	8.324	4.516
8	2	2.115	2.119	1.540	23	2	6.975	7.286	4.819
9	6.08	2.908	2.707	1.642	24	2.78	6.136	6.346	4.995
10	6.06	3.538	3.379	1.799	25	6.32	6.173	6.164	5.117
11	5.04	3.839	3.762	1.986	26	6.83	6.304	6.271	5.229
12	9.7	5.011	4.717	2.235	27	2.72	5.587	5.767	5.296
13	3.77	4.763	4.824	2.491	28	1.45	4.760	4.967	5.283
14	0.13	3.836	4.067	2.668	29	1	4.008	4.196	5.193
15	3.38	3.745	3.767	2.785	30	4.2	4.046	4.037	5.082

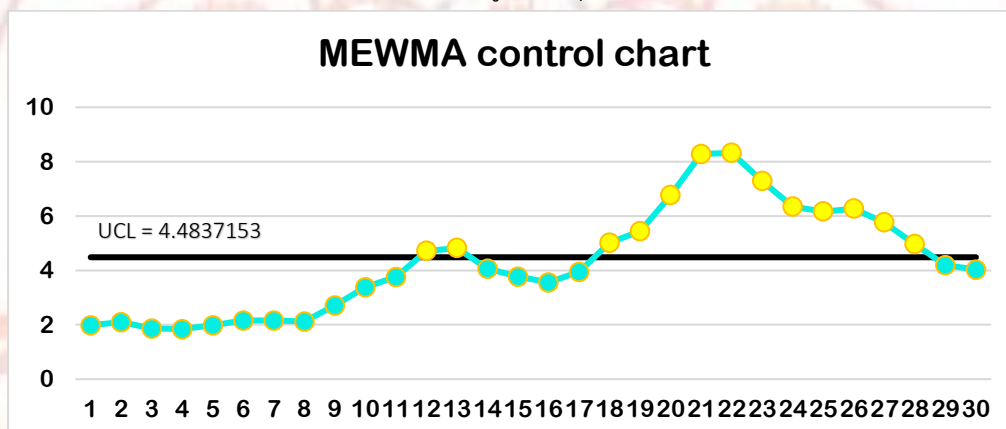
ตารางที่ 4-14 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลจริงที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ $\beta = 4.775$ โดยใช้วิธีกึ่งกลาง

δ	EWMA	MEWMA	DMEWMA
0	370 (1.000)	370 (1.047)	370 (1.718)
0.01	363.459 (0.953)	361.508 (1.031)	338.515 (1.688)
0.03	350.831 (0.969)	345.396 (1.094)	283.685 (1.703)
0.05	338.78 (0.953)	330.356 (1.078)	238.107 (1.704)
0.1	310.972 (0.958)	296.844 (1.110)	154.729 (1.672)
0.3	226.017 (0.922)	203.536 (1.078)	30.556 (1.688)
0.5	169.973 (0.953)	148.262 (1.047)	7.429 (1.687)
1	94.284 (0.953)	79.712 (1.078)	1.224 (1.687)
2	41.994 (0.984)	35.181 (1.062)	1.001 (1.719)
3	25.066 (0.985)	20.954 (1.078)	1.000 (1.625)
AEQL	61.666	52.061	2.363

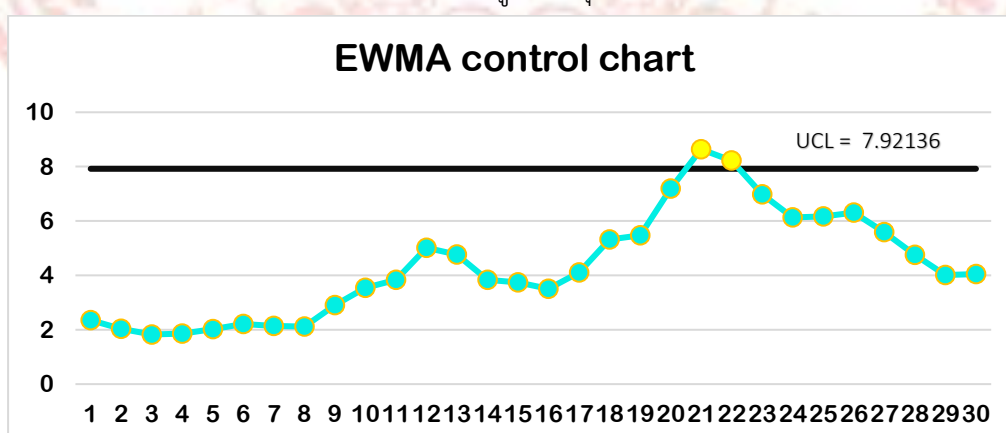
หมายเหตุ : อักษรที่อยู่ในวงเล็บ คือ เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที



(ก) แผนภูมิควบคุม DMEWMA



(ข) แผนภูมิควบคุม MEWMA



(ค) แผนภูมิควบคุม EWMA

ภาพที่ 4-1 ประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยระหว่างแผนภูมิควบคุม DMEWMA แผนภูมิควบคุม MEMWA และแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลจริงที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง กำหนดให้ $ARL_0 = 370$

จากตารางที่ 4-14 พบว่าเมื่อข้อมูลจริงที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังที่มีพารามิเตอร์ $\beta = 4.77$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA มีค่า ARL_1 และ AEQL ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง แสดงว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากภาพที่ 4-1 (ก) พบว่า แผนภูมิควบคุม DMEWMA ค่าสังเกตลำดับที่ 11 ถึง 30 ตกอยู่นอกขีดจำกัดควบคุม ภาพที่ 4-1 (ข) พบว่า แผนภูมิควบคุม MEWMA ค่าสังเกตลำดับที่ 12, 13 และ 18 ถึง 28 ตกอยู่นอกขีดจำกัดควบคุม และจากภาพที่ 4-1 (ค) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ค่าสังเกตที่ 21 และ 22 ตกอยู่นอกขีดจำกัดควบคุม สามารถสรุปได้ว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการประมาณการปริพันธ์เชิงตัวเลขซึ่งง่ายต่อการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีการประมาณการปริพันธ์เชิงตัวเลขที่ผู้วิจัยสนใจศึกษา ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method) วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) วิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method) สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง ดังนี้ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงไวบูล เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DMEWMA กับแผนภูมิควบคุม MEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการของแผนภูมิควบคุม คือค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดการควบคุม (ARL_1) และค่า Average Extra Quadratic Loss (AEQL) นอกจากนี้ยังนำแผนภูมิควบคุมที่ศึกษาไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

จากผลการวิจัยพบว่า การประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีการประมาณการปริพันธ์เชิงตัวเลข เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงไวบูล ค่าประมาณความยาวรันเฉลี่ยมีค่าเท่ากันทั้ง 4 วิธี และวิธีที่ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด คือ วิธีกฎของค่ากลาง (Midpoint Rule Method) และวิธีกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method)

พิจารณาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมโดยแบ่งตามการแจกแจงได้ดังนี้

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง พบว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA แผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง และเมื่อพิจารณาจากค่า ARL_1 และค่า AEQL จะเห็นได้ว่าเมื่อกำหนดค่า k_1 และ k_2 เท่ากับ $\frac{-\lambda}{2}, \frac{-\lambda}{4}$ มีค่าค่า ARL_1 และค่า AEQL น้อยที่สุด

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา พบว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA แผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง และเมื่อพิจารณาจากค่า ARL_1 และค่า AEQL จะเห็นได้ว่าเมื่อกำหนดค่า k_1 และ k_2 เท่ากับ $\frac{-\lambda}{2}$ มีค่าค่า ARL_1 และค่า AEQL น้อยที่สุด

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบไวบูล พบว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA แผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง และเมื่อพิจารณาจากค่า ARL_1 และค่า AEQL จะเห็นได้ว่าเมื่อกำหนดค่า k_1 และ k_2 เท่ากับ $\frac{-1}{4}$ มีค่าค่า ARL_1 และค่า AEQL น้อยที่สุด

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยจะเห็นได้ว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA จะมีสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MEWMA และ EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง โดยใช้เกณฑ์การวัดประสิทธิภาพ คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และ Average Extra Quadratic Loss (AEQL) และ ผู้วิจัยได้ทำการใช้เพียงการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งเป็นการยกตัวอย่างการแจกแจงในการนำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง ดังนั้นในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจใช้การแจกแจงแกมมา และไวบูล หรือการแจกแจงอื่นๆในการประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง และสามารถใช่วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขวิธีอื่นๆในการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย

บรรณานุกรม

ภาษาอังกฤษ

- Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C.(2021). Modified EWMA and DEWMA control charts for process monitoring. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 51(21), 7390-7412.
- Areepong, Y. and Sukparungsee, S. “An integral equation approach to EWMA chart for detecting a change in lognormal distribution.” *Thailand Statistician*. 8 (2010) : 47-61.
- Areepong, Y. and Sunthornwat, R. “Controlling the velocity and kinetic energy of an ideal gas: An ewma control chart and its average run length Analytical approximations for detection of a change-point in case of light-tailed distributions.” *Walailak Journal of Science and Technology*. 18 (2021) : 9586.
- Bureau of Transportation Statistics (BTS) . On-Time Arrival Performance Hawaiian Airlines Inc. (HA) -LasVegas : Harry Reid International [serial on the Internet]. 2018 [cited 20 Apr. 2025]. Available from : https://www.transtats.bts.gov/ot_delay/OT_DelayCause1.asp?20=E
- Khan N., Aslam M., and Jun C., “Design of a control chart using a modified EWMA statistic,” *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 33, pp.100-114, 2017.
- Neammai J., Areepong Y. and Sukparungsee S., "Performance Comparison of Numerical Integral Equation Methods on DMEWMA Control Chart for Moving Average Process Order q ," 2023 Research, Invention, and Innovation Congress: Innovative Electricals and Electronics (RI2C), Bangkok, Thailand, 2023, pp. 211-215.
- Patel A.K. and Divecha J., “Modified exponentially weighted moving average (EWMA) control chart for an analytical process data,” *Journal of chemical Engineering and Materials Science*, vol.2, pp. 12-20, 2011.
- Roberts, S. W. “Control Chart Tests Based on Geometric Moving Average.” *Technometrics*. 42 (1959) : 239-250.

Shewhart, W. A. Economic control of quality of manufactured product. London :
Macmillan and Company, 1931.



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ

นางสาวสุภาณี วุฒิระวัฒน์

ชื่อวิทยานิพนธ์

ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก
เลขชี้กำลังแบบดัดแปลงสองชั้นโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

สาขาวิชา

สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

ประวัติ

- สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต
สาขาสถิติธุรกิจและการประกันภัย ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะ
วิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนคร
เหนือ ในปีการศึกษา 2564

- ศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล ภาควิชาสถิติ
ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระ
จอมเกล้าพระนครเหนือ ในปีการศึกษา 2566